



# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapă locală – Constanța, 17.02.2019

## Clasa a XII-a

Filiera tehnologică: Profilul Tehnic– toate specializările,  
Profilul serviciilor: -specializarea Resurse Naturale și Protecția Mediului

### Barem de corectare și notare

#### SUBIECTUL 1

- a)  $x * y = 3(x-2)(y-2) + 2$  .....2p  
 $k = 2$  .....1p  
b)  $x * x = 3(x-2)^2 + 2$ ,  $x * x * x = 3^2(x-2)^3 + 2$  .....1p  
 $x * x * x * x = 3^3(x-2)^4 + 2$  .....1p  
 $3^3(x-2)^4 + 2 = \frac{7}{3} \Rightarrow (x-2)^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^4 \Rightarrow x = \frac{7}{3}$  sau  $x = \frac{5}{3}$  .....2p

#### SUBIECTUL 2

- a)  $A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x+y & 1 \end{pmatrix} = A(x+y), \forall A(x), A(y) \in G$  ..... 1p  
b) Verificarea axiomelor grupului.....3p  
c)  $f$  morfism al celor două grupuri date  $\Leftrightarrow f(x+y) = f(x) \cdot f(y), \forall x, y \in R$  .....1p  
 $A(x+y+k) = A(x+k) \cdot A(y+k), k \in R$  .....1p  
 $A(x+y+k) = A(x+y+2k) \Leftrightarrow k = 0$  .....1p

#### SUBIECTUL 3

- a)  $l_s(1) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = 1009 - m$ ;  $l_d(1) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = 0$ ,  $f(1) = 0$  .....1p

Dacă  $1009 - m \neq 0$ , atunci  $x = 1$  ar fi punct de discontinuitate de prima speță și funcția nu ar admite primitive.....1p

Deci, trebuie ca  $1009 - m = 0$ . Pentru  $m = 1009$  funcția  $f$  este continuă pe  $[0, \infty) \Rightarrow f$  admite primitive .....1p

.....1p

- b) Pentru  $x \in [1, \infty)$ ,

$$\int \frac{f(x)}{x} dx = \int \frac{x^2 + \ln x - 1}{x} dx = \int \left( x + \frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\ln^2 x}{2} - \ln x + C \dots\dots\dots 2p$$

- c) Fie  $F$  o primitivă a funcției  $f$  pe  $(1, \infty) \Rightarrow F'(x) = f(x) = x^2 + \ln x - 1, \forall x > 1$  .....1p

$$F''(x) = f'(x) = 2x + \frac{1}{x} = \frac{2x^2 + 1}{x} > 0, \forall x > 1 \Rightarrow F \text{ este convexă pe } (1, \infty) \dots\dots\dots 1p$$

#### SUBIECTUL 4

- a) Verificarea relației.....2p

$$\begin{aligned} \text{b) } \int g(x) dx &= \int \frac{f(x) - f'(x)}{e^x} dx = \int (f(x) \cdot e^{-x} - f'(x) \cdot e^{-x}) dx = \\ &= \int (-e^{-x} \cdot f(x))' dx = -e^{-x} \cdot f(x) + C \dots\dots\dots 3p \end{aligned}$$

$$G(x) = -e^{-x} \cdot f(x) + C \text{ și } G(0) = 2019 \Rightarrow C = 2018. \text{ Deci, } G(x) = -e^{-x} \cdot f(x) + 2018 \dots\dots\dots 2p$$