



**Concursul Național de Matematică Aplicată
„Adolf Haimovici”**

Etapa locală – Constanța 17.02.2019

BAREM DE CORECTARE

Clasa a XI-a

Filiera tehnologică: Profilul Tehnic – toate specializările,
Profilul Serviciilor – specializarea Resurse Naturale și Protecția Mediului

SUBIECTUL 1

a) $X(1) = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow [X(1)]^2 = \begin{pmatrix} 16 & 30 \\ -6 & -11 \end{pmatrix}$ 2p

b) $\det X(a) = \begin{vmatrix} 1+5a & 10a \\ -2a & 1-4a \end{vmatrix} = (1+5a)(1-4a) + 2a \cdot 10a$ 1p

$\det X(a) = 1 - 4a + 5a - 20a^2 + 20a^2 = a + 1$ 1p

c) Verificare prin calcul direct

sau folosind $X(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} = I_3 + a \cdot A$, unde $A = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$; $A^2 = A$

$X(a) \cdot X(b) = (I_3 + aA)(I_3 + bA) = I_3 + bA + aA + abA^2 = X(a + b + ab)$ 3p

SUBIECTUL 2

a) $AC: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ 1p

$AC: x - 2y = 0$ 1p

b) $n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow n \in \{-1; 4\}$ 2p

c) $A_{\Delta ABC} = \frac{|n^2 - 3n - 4|}{2}$ 1p

$n^2 - 3n - 4 = \pm 36 \Rightarrow n \in \{-5; 8\}$ 2p

SUBIECTUL 3

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3 + 3x^2}{x^2 + x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3(-2 + \frac{3}{x})}{x^2(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})} = -\infty$ 2p

$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{f(x)} = 0$ 1p

b) $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3 + bx^2}{x^3 + x^2 + x} = 2 \Rightarrow a = 2$ 2p

$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(b-2)x^2 - 2x}{x^2 + x + 1} = 1 \Rightarrow b = 3$ 2p

SUBIECTUL 4

a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{x^2}{x(\sqrt{x^2 + 9} + 3)} = 0$ 1p

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (\sin x + m^2 - 3m) = m^2 - 3m$ 1p

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) \Rightarrow m^2 - 3m = 0 \Rightarrow m \in \{0; 3\}$ 2p

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|\sqrt{1 + \frac{9}{x^2}} - 3}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 + \frac{9}{x^2}} - 3}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x(\sqrt{1 + \frac{9}{x^2}} + \frac{3}{x})}{x} = -1$ 2p

$y = -1$ este ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției f spre $-\infty$ 1p