

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 16.02.2019
CLASA A IX-A
Vâlcea

SUBIECTUL I Sa se rezolve ecuațiile:

- (i) $|x+1| + |x+2| + \dots + |x+2019| = x^2 + 2019x - 2020, x \in \mathbb{R}.$
- (ii) $[x]^2 + 9\{x\}^2 = 6x - 10.$

SUBIECTUL II Fie $a, b \in (0, \infty)$ cu proprietatea $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$. Demonstrați ca pentru orice număr natural $n \geq 1$ avem $(a+b)^n - a^n - b^n \geq 2^{2n} - 2^{n+1}.$

SUBIECTUL III Fie $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ numere pozitive cu proprietatea $a_1 + a_2 + \dots + a_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n = S$. Sa se arate ca

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k^2}{a_k + b_k} = \sum_{k=1}^n \frac{b_k^2}{a_k + b_k} \geq \frac{1}{2} S.$$

Pb.27602/GM11/2018 Vasile Pop

SUBIECTUL IV Fie $D \in BC, E \in AB, F \in AC$ punctele de contact ale cercului înscris cu laturile triunghiului ABC. Atătați ca :

- (i) $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{a} [(p-c)\overrightarrow{AB} + (p-b)\overrightarrow{AC}].$
- (ii) Centrul de greutate al triunghiului ABC se afla pe EF dacă și numai dacă $b+c=3a$.

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte

Toate subiectele sunt obligatorii