

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 16.02.2019
CLASA A X-A
Vâlcea**

SUBIECTUL I

Să se calculeze partea întreagă a numărului $\log_3 5 + \log_5 7 + \log_7 3$.

G.M.-B 5/2018

SUBIECTUL II

Fie $f: [3; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x-3}$.

- a) Studiați injectivitatea funcției f
- b) Determinați $\text{Im}f$.

SUBIECTUL III

- a) Să se rezolve ecuația: $3^{x^2+x} + x^2 - x = 3^{2x}$
- b) Fie $a \in (0, \infty) \setminus \{1\}$ și $b \in (0, \infty)$. Determinați a și b dacă

$$3^{\log_a^2 b - \log_a b} + \frac{\log_a^2 b - \log_a b}{3 \log_a b^2} = 1.$$

SUBIECTUL IV

Fie $f: I \rightarrow J$, $f(x) = a \sin x + b \cos x$, $a, b > 0$

- a) Determinați I și J astfel încât f să fie bijectivă și I de lungime maximă.
- b) Pentru ce valoare a raportului $\frac{a}{b}$, $\left\{ x \in [0; 2\pi] \mid f(x) \geq \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2} \right\} = \{0; \frac{2\pi}{3}\}$?

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte

Toate subiectele sunt obligatorii