MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

COLEGIUL NAȚIONAL VLAICU VODĂ

Municipiul Curtea de Argeş,
Strada Negru Vodă nr. 131, Judeţul Argeş, cod 115300
Telefon:0248 721553 / Fax: 0248 721389;
E-mail: cn_vlaicu_voda@yahoo.com
Web: cnvlaicuvoda.licee.edu.ro

SUBIECTE PROPUSE PENTRU SIMULARE MARTIE 2019
BACALAUREAT – MAT-INF +ST. NATURII

Subiectul I –Varianta nr. 1 (enunțuri)

5p	**1**. Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ dacă $2m$, $m+3$, $5m+1$ sunt în progresie aritmetică.
5p	**2.** Calculati $\log_2 \sqrt[3]{\frac{1}{8}} + \frac{1}{2}[-1,3]$, unde notaţia $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x.
5p	**3**. Determinaţi valoarea maximă a funcţiei $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 - 3x + 8$.
5p	**4**. Determinaţi câte numere naturale de patru cifre distincte se pot scrie în baza 10.
5p	**5**. Dacă $\mathrm{tg}x = 2$, calculaţi $\sin 2x$.
5p	**6.** Fie $A(5,2)$, $B(0,3)$ şi $C \in Ox$. Determinaţi coordonatele punctului C dacă $CA \perp CB$.

Subiectul I –Varianta nr. 1 (barem de corectare)

1.	$m+3 = \frac{2m+5m+1}{2}$ $m=1$	**3p** **2p**
2.	$\log_2 \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1$ $\frac{1}{2}[-1,3] = \frac{1}{2}(-2) = -1$ Finalizare: -1+(-1)=-2	**2p** **2p** **1p**
3.	$max\, f(x) = y_V = -\frac{\Delta}{4a}$ Finalizare: $max\, f(x) = \frac{41}{4}$	**3p** **2p**
4.	$A_{10}^4 - A_9^3 =$ 10·9·8·7 - 9·8·7= 4536	**3p** **1p** **1p**
5.	$\sin 2x = \frac{2tgx}{1+tg^2x} =$ $= \frac{4}{5}$	**3p** **2p**
6.	$C \in Ox \Leftrightarrow C(a,0)$ $\overrightarrow{AC} = (a-5)\vec{i} - 2\vec{j}$, $\overrightarrow{BC} = a\vec{i} - 3\vec{j}$ $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow a(a-5)+6=0 \Leftrightarrow a_1 = 2, a_2 = 3$ $C_1(2,0), C_2(3,0)$	**1p** **1p** **2p** **1p**

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
COLEGIUL NAȚIONAL VLAICU VODĂ
Municipiul Curtea de Argeş,
Strada Negru Vodă nr. 131, Judeţul Argeş, cod 115300
Telefon:0248 721553 / Fax: 0248 721389;
E-mail: cn_vlaicu_voda@yahoo.com
Web: cnvlaicuvoda.licee.edu.ro

Subiectul II –Varianta nr. 1 (enunţuri)

1. Fie $\tau=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\1&5&3&4&2\end{pmatrix}\in S_5$ şi $\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\4&5&1&3&2\end{pmatrix}\in S_5$.

5p a) Rezolvaţi ecuaţia $\sigma x=\tau$, în S_5.

5p b) Determinaţi numărul de elemente ale mulţimii $G=\{\sigma^k \,/\, k\in\mathbb{N}^*\}$.

5p c) Rezolvaţi ecuaţia $x^4=\sigma$.

2. Fie $f=X^{21}+\hat{4}X^2+\hat{3}X+\hat{3}\in\mathbb{Z}_5[X]$

5p a) Justificaţi că $p^4=\hat{1},\forall p\in\mathbb{Z}_5\setminus\{\hat{0}\}$.

5p b) Demonstraţi că polinomul f nu admite rădăcini în $\mathbb{Z}_5[X]$.

5p c) Determinaţi restul împărţirii polinomului f la polinomul $g=X^2+\hat{4}X$.

Subiectul II –Varianta nr. 1 (barem de corectare)

1.a)	$x=\sigma^{-1}\circ\tau$ $\sigma^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\3&5&4&1&2\end{pmatrix}$ $x=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\3&2&4&1&5\end{pmatrix}$	**2p** **2p** **1p**
1.b)	$\sigma^6=e\Rightarrow\ ord\,\sigma=6$ CardG =6	**3p** **2p**
1.c)	$\varepsilon(x^4)=1\Rightarrow x^4$permutare pară $m(\sigma)=7\Rightarrow\varepsilon(\sigma)=-1\Rightarrow\sigma$ permutare impară $S=\varnothing$	**2p** **2p** **1p**
2.a)	$(\mathbb{Z}_5^*,\cdot)$ grup cu patru elemente $\Rightarrow$ $\hat{p}^4=\hat{1},\forall p\in\mathbb{Z}^*$	**2p** **3p**
2.b)	$f(\hat{0})=\hat{3}\neq\hat{0}$, $f(\hat{1})=\hat{1}\neq\hat{0}$ $f(\hat{2})=\hat{2}\neq\hat{0}$, $f(\hat{3})=\hat{1}\neq\hat{0}$ $f(\hat{4})=\hat{3}\neq\hat{0}$ f nu admite rădăcini în $\mathbb{Z}_5[X]$	**1p** **2p** **1p** **1p**
2.c)	$f=(X^2+\hat{4}X)q+aX+b$ $f(\hat{1})=a+b=\hat{1}$ $f(\hat{0})=b=\hat{3}$ $r=\hat{3}X+\hat{3}$	**1p** **1p** **1p** **2p**

Municipiul Curtea de Argeş,
Strada Negru Vodă nr. 131, Judeţul Argeş, cod 115300
Telefon:0248 721553 / Fax: 0248 721389;
E-mail: cn_vlaicu_voda@yahoo.com
Web: cnvlaicuvoda.licee.edu.ro

Subiectul III –Varianta nr. 1 (enunțuri)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+,\ f(x)=x-\ln(x+1)$.

5p a) Studiați monotonia functiei f.

5p b) Demonstrați că funcția f este inversabilă.

5p c) Calculați $\left(f^{-1}\right)'(e-2)$.

2. Fie $a_n=\int_0^1 \frac{x^n}{e^x}dx, \forall n\ge 1$.

5p a) Calculați I_1.

5p b) Verificați dacă $(n+1)I_n=\frac{1}{e}+I_{n+1}, \forall n\ge 1$

5p c) Calculați $\lim_{n\to\infty} nI_n$.

Subiectul III –Varianta nr. 1 (barem de corectare)

1.a)	$f'(x)=\frac{x}{x+1}>0, \forall x\in\mathbb{R}_+$ f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}_+$	**3p** **2p**
1.b)	Cum f este strict monotonă $\Rightarrow f$ este injectivă În plus, $f(0)=0$ și $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$; cum f este continuă $\Rightarrow$ $\mathrm{Im}\, f=\mathbb{R}_+ \Rightarrow f$ este surjectivă . Deci f este bijectivă $\Rightarrow f$ inversabilă	**1p** **2p** **1p** **1p**
1.c)	$f(e-1)=e-2$ și $f^{-1}(e-2)=e-1$ $f'(e-1)=\frac{e-1}{e}\neq 0 \Rightarrow$ $\exists (f^{-1})'(e-2)=\frac{e}{e-1}$	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$I_1=\int_0^1 xe^{-x}dx=-xe^{-x}\Big\|_0^1+\int_0^1 e^{-x}dx$ Finalizare: $I_1=\frac{e-2}{2}$	**3p** **2p**
2.b)	$(n+1)I_n=\int_0^1 (x^{n+1})'e^{-x}dx=x^{n+1}e^{-x}\Big\|_0^1+\int_0^1 x^{n+1}e^{-x}dx$ $(n+1)I_n=\frac{1}{e}+I_{n+1}, \forall n\ge 1$	**3p** **2p**
2.c)	Din b) $\Rightarrow nI_n=\frac{1}{e}+I_{n+1}-I_n$ $(I_n)_{n\ge 1}$ descrescător, pozitiv, rezultă mărginit, deci convergent $\lim_{n\to\infty} nI_n=\frac{1}{e}$	**1p** **2p** **2p**