Inspectoratul Şcolar Judeţean
Satu Mare

Olimpiada de matematică – faza locală
24 ianuarie 2009
CLASA a-V-a

Subiectul I

1.(4p) Arătaţi că numărul $A = 2000^0 + 2001^1 + 2002^2 + ... + 2009^9 + 2$ este multiplu de 10.

Propusă de prof. Baciu Nicolae, ISJ Satu Mare

2.(3p) Arătaţi că numărul $B = (1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + ... + 100 \cdot 101) - 5050$ poate fi scris ca suma pătratelor a o sută de numere naturale.

Propusă de prof. Ştet Anca Raluca, Şc. Tăşnad

Subiectul II

1.(4p) Suma a trei numere naturale este egală cu 1015. Dacă din fiecare număr se scade acelaşi număr, se obţin respectiv numerele 15, 132 şi 346. Care sunt cele trei numere?

Şc. Căpleni

2.(3p) Câte zerouri are la sfârşit numărul $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 60$? Justificaţi răspunsul.

Propusă de prof. Chiorean Vasile, Şc. “V. Lucaciu” Carei

Subiectul III

(7p) Într-un hotel sunt 20 de camere. Cu ocazia unui simpozion de matematică sosesc un număr de 211 participanţi. Precizaţi dacă este posibil ca aceştia să fie cazaţi în cele 20 de camere, astfel încât să nu existe două camere cu acelşi număr de persoane. Justificaţi răspunsul.

Propusă de prof. Baciu Nicolae, ISJ Satu Mare

Subiectul IV

1.(4p) Calculaţi 2m + 4n + 2p, ştiind că m + n = 15 şi n + p = 45.

2.(3p) Fie mulţimea A={1, 2, 3, …,2009}. Justificaţi dacă există o submulţime nevidă B a lui A, astfel încât produsul elementelor mulţimii B să fie egal cu produsul elementelor mulţimii A-B.

Propusă de prof. Culic Camelia, Şc. “A. Iancu” Satu Mare

Notă: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează cu 7 puncte

Inspectoratul Şcolar Judeţean
Satu Mare

Olimpiada de matematică – faza locală
24 ianuarie 2009
CLASA a-VI-a

Subiectul I

1.(4p) Să se arate că $\dfrac{x+y+5^{34}}{x+y+3^{51}} < \dfrac{x^y+2^{305}}{x^y+3^{183}}, \forall x, y \in N^*$

Propusă de prof. Culic Camelia, Şc. "A. Iancu" Satu Mare

2.(3p) Determinaţi numerele de forma $\overline{ab}$ în baza 10, ştiind că fracţia $\dfrac{17}{a^2+b^2}$ este echiunitară.

Propusă de prof. Baciu Nicolae, ISJ Satu Mare

Subiectul II

1.(4p) Arătaţi că $\dfrac{1}{101}+\dfrac{1}{102}+...+\dfrac{1}{199}+\dfrac{1}{200} > \dfrac{1}{2}$

Şc. Căpleni

2.(3p) Să se determine numărul natural prim p, astfel încât numărul $\dfrac{15^n}{p+1}$ să fie natural, $\forall n \in N^*$.

Propusă de prof. Baciu Nicolae, ISJ Satu Mare

Subiectul III

Se consideră punctele $A_1, A_2, \dots, A_n$ coliniare, în această ordine, astfel încât $A_1A_2 = 1$ cm, $A_2A_3 = 2$ cm,…, $A_{n-1}A_n = n - 1$ cm., n fiind un număr natural, $n > 1$.

a) **(2p)** Calculaţi lungimea segmentului $[A_1A_{24}]$

b) **(3p)** Să se determine numărul natural n astfel încât lungimea segmentului $[A_7A_n]$ să fie de 279 cm.

c) **(2p)** Determinaţi distanţa dintre mijloacele segmentelor $[A_1A_4]$ şi $[A_{21}A_{24}]$.

Propusă de prof. Vanţ Anca, Şc. "Gr. Moisil" Satu Mare
Prof. Culic Camelia, Şc."A. Iancu" Satu Mare

Subiectul IV

În jurul punctului O sunt desenate unghiuri având măsurile în ordinea $2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, ..., 16^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, ..., 16^\circ$ şi asa mai departe.

a) **(4p)** Câte unghiuri sunt desenate în jurul punctului O ?

b) **(4p)** Notând cu $O_1, O_2, O_3, \dots$ unghiurile determinate anterior în jurul punctului O, determinaţi măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor O_6 şi O_{14}.

Propusă de prof. Baciu Nicolae, ISJ Satu Mare

Notă: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează cu 7 puncte

Inspectoratul Şcolar Judeţean
Satu Mare

Olimpiada de matematică – faza locală
24 ianuarie 2009
CLASA a-VII-a

Subiectul I (7p)

Determinaţi numerele m,n naturale nenule, astfel încât $\left|1-\left|\left(\frac{2}{3}\right)^n-1\right|\right|=(-1)^m\cdot\frac{32}{243}$.

Propusă de prof. Culic Camelia, Şc. "A. Iancu" Satu Mare

Subiectul II

1. (4p) Fie numărul $a=\sqrt{\overline{0,x(y)}+\overline{0,y(x)}}$ .determinaţi cifrele $x \neq y$ pentru care a este număr natural nenul.

Propusă de prof. Nagy Elisabeta, Şc. Hodişu-Hododului

2. (3p) Arătaţi că $\sqrt{2008^{2008}+2009^{2008}} \in R-Q$.

Propusă de prof. Baciu Nicolae, ISJ Satu Mare

Subiectul III

În triunghiul ABC, dreptunghic în A, notăm cu G intersecţia înălţimii [AD], $D\in(BC)$, cu bisectoarea (CE, $E\in(AB)$, iar $EF \perp BC$, $F\in(BC)$.

a) **(1p)** Arătaţi că $\prec AEC \equiv \prec FEC$

b) **(2p)** Arătaţi că triunghiul AEG este isoscel

c) **(2p)** Arătaţi că AGFE este romb

d) **(2p)** Dacă (EH este bisectoarea unghiului FEB, determinaţi măsura unghiului CEH.

Propusă de prof. Baciu Nicolae, ISJ Satu Mare
Prof. Boar Mihai, Şc. nr. 3 Negreşti Oaş

Subiectul IV (7p)

Mediatoarele bisectoarelor triunghiului ABC se intersectează în A_1, B_1 respectiv C_1. Demonstraţi că $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ dacă şi numai dacă triunghiul ABC este echilateral.

Propusă de prof. Braica Petru
Prof. Voicu Constantin
Şc. "G. Moisil" Satu Mare

Notă: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează cu 7 puncte

Inspectoratul Şcolar Judeţean
Satu Mare

Olimpiada de matematică – faza locală
24 ianuarie 2009
CLASA a-VIII-a

Subiectul I
1. (3p) Arătaţi că nu există pătrate perfecte de forma 4m + 3, oricare ar fi numărul natural m.
2. (2p) Arătaţi că numărul $x=\sqrt{5\cdot 3^{n}+2\cdot 3^{n+1}+3^{n+2}+11}\in R-Q, \forall n\in N$.
3. (2p) Fie numerele $a_1, a_2, ..., a_{2009}$ astfel încât $\sqrt{(a_1-1)^2}+\sqrt{(a_2-2)^2}+...+\sqrt{(a_{2009}-2009)^2}\leq 0$.
Calculaţi suma $S=a_1+a_2+...+a_{2009}$.

Subiect propus de prof. Pop Ionela, Şc. Lipău

Subiectul II
1. (4p) Să se aducă la o formă mai simplă $(5+4)(5^2+4^2)(5^4+4^4)(5^8+4^8)...(5^{512}+4^{512})$.

Propusă de prof. Culic Camelia, Şc. "A. Iancu" Satu Mare

2. (3p) Arătaţi că $\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{5}{\sqrt{6}}+\frac{7}{\sqrt{12}}+...+\frac{29}{\sqrt{210}}\geq 28$.

Propusă de prof. Baciu Nicolae, ISJ Satu Mare

Subiectul III
Fie triunghiul ABC cu $m(\prec A)=90^\circ$, $m(\prec C)=30^\circ$, $AC=4\sqrt{3}$ cm, $AA' \perp (ABC)$ şi triunghiul $A'BC$ isoscel cu vârful în B.
a) **(3p)** Determinaţi lungimea segmentului AA'
b) **(2p)** Calculaţi distanţa de la punctul A' la dreapta BC
c) **(2p)** Determinaţi distanţa de la punctul A la planul $(A'BC)$.

Propusă de prof. Gal Ana, Şc. Apa

Subiectul IV (7p)
Segmentele [AB] şi [CD] sunt situate pe drepte necoplanare, iar $M\in[AB], N\in[CD], Z\in[MD], X\in[MC]$, $Y\in[BN], T\in[AN]$, astfel încât 2AM = MB , CN = 3ND , 3ZD = MZ , 3MX = XC , 2YN = BY , 2AT = TN.
Demonstraţi că $X\in(YZT)$.

Propusă de prof. Braica Petru, Şc. "Gr. Moisil" Satu Mare

Notă: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează cu 7 puncte

Barem de corectare – CLASA a-V-a

Subiectul I

1. $u(2000^0) = u(2001^1) = 1$……………………………………………………0,5p
$u(2002^2) = 4$…………………………………………………………….0,5p
$u(2003^3) = 7$…………………………………………………………….0,5p
$u(2004^4) = u(2006^6) = u(2008^8) = 6$……………………………………..0,5p
$u(2005^5) = 5$…………………………………………………………….0,5p
$u(2007^7) = 3$…………………………………………………………….0,5p
$u(2009^9) = 9$…………………………………………………………….0,5p
Finalizare $u(A) = 0$………………………………………………………0,5p

2. $k(k+1) = k^2 + k$; se dau valori pentru k de la 1 la 100…………………...1p
Înlocuind în B rezultă
$B = (1^2 + 2^2 + \ldots + 100^2) + (1 + 2 + \ldots +100) - 5050$…………………..1p
$B = 1^2 + 2^2 + \ldots + 100^2$……………………………………………………1p

Subiectul II

1. Punerea problemei în ecuație sau reprezentarea grafică a datelor problemei…………1,5p
Determinarea numărului care se scade……………………………………………..1p
Determinarea celor trei numere………………………………………………0,5x3 = 1,5p

2. Observarea faptului că 0 ca ultimă cifră apare din produsul $2 \cdot 5$……………………….1p
Obținerea puterilor lui 2 şi 5……………………………………………………...1p
Finalizare (14 zerouri)……………………………………………………………1p

Subiectul III

$1 + 2 + \ldots +20 = (20 \cdot 21):2 = 210$…………………………………………………4p
$211 > 210$……………………………………………………………………………1,5p
Finalizare……………………………………………………………………………..1,5p

Subiectul IV

1. $2m + 4n + 2p = 2m + 2n + 2n +2p$ ………………………1p
$= (2m + 2n) + (2n +2p)$……………………1p
$= 2(m + n) + 2(n + p)$……………………...1p
$= 2 \cdot 15 + 2 \cdot 45$……………………………0,5p
$= 30 + 90 = 210$.,………………………..0,5p

2. 2003 este cel mai mare număr prim al mulțimii A……………………..1p
În mulțimea A nu există multiplii ai numărului 2003…………………..1p
Finalizare $B = \Phi$ ……………………………………………………..1p

Barem de corectare – Clasa a-VI-a

Subiectul I

1.

$$\left.\begin{array}{l}5^{34}=\left(5^{2}\right)^{17}=25^{17}\\3^{51}=\left(3^{3}\right)^{17}=27^{17}\end{array}\right\}\text{......................................0,5p}$$

$5^{34}<3^{51}$..0,5p

$x+y+5^{34}<x+y+3^{51}$................................0,5p

$\frac{x+y+5^{34}}{x+y+3^{51}}<1$..0,5p

$$\left.\begin{array}{l}2^{305}=\left(2^{5}\right)^{61}=32^{61}\\3^{183}=\left(3^{3}\right)^{61}=27^{61}\end{array}\right\}\text{....................................0,5p}$$

$2^{305}>3^{183}$..0,5p

$x^{y}+2^{305}>x^{y}+3^{183}$.....................................0,5p

$\frac{x^{y}+2^{305}}{x^{y}+3^{183}}>1$..0,5p

2.

$a^{2}+b^{2}=17$...1p

$a^{2}+b^{2}\in\{1^{2}+4^{2};4^{2}+1^{2}\}$.......................1p

$\overline{ab}\in\{14;41\}$...1p

Subiectul II

1.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{101}>\frac{1}{200}\\\frac{1}{102}>\frac{1}{200}\\...\\\frac{1}{200}\geq\frac{1}{200}\end{array}\right\}\text{...2p}$$

$\frac{1}{101}+\frac{1}{102}+...+\frac{1}{200}>\frac{1}{200}\cdot 100=\frac{1}{2}$............2p

2.

15 este nr. impar $\Rightarrow 15^{n}$ este nr. impar, $\forall n\in N^{*}$......................1p

$\frac{15^{n}}{p+1}\in N\Rightarrow p+1$ impar 1p

p este nr. prim $\Rightarrow p=2$..1p

Subiectul III

a) $A_1A_4 = A_1A_2 + A_2A_3 + \ldots + A_{23}A_{24}$…………………………..1p

$= 1 + 2 + 3 + \ldots + 23$……………………………………0,5p

$= 276$ cm…………………………………………………0,5p

b)

$A_7A_n = A_1A_n - A_1A_7$..............................1p

$= \frac{(n-1)n}{2} - \frac{6\cdot 7}{2}$...............................1p

$\Rightarrow \frac{(n-1)n}{2} - 21 = 279$........................1p

$\frac{(n-1)n}{2} = 300$....................................0,5p

$(n-1)n = 600 \Rightarrow n = 25$......................0,5p

c) $d = \frac{A_1A_4}{2} + A_4A_5 + A_5A_6 + \ldots + A_{20}A_{21} + \frac{A_{21}A_{24}}{2}$......................0,5p

$d = \frac{1+2+3}{2} + 4 + 5 + \ldots + 20 + \frac{21+22+23}{2}$..................................0,5p

$d = 240$...1p

Subiectul IV

a) $2 + 4 + 6 + \ldots + 16 = 72$……………………………2p

$360 : 72 = 5$………………………………………...1p

$5\cdot 8 = 40$ unghiuri…………………………………...1p

b)

$m(\prec O_6) = m(\prec O_{14}) = 12^\circ$.......................1p

Fie OX şi OY bisectoarele unghiurilor O_6 respectiv O_{14}.

$m(\prec XOY) = \frac{m(\prec O_6)}{2} + m(\prec O_7) + m(\prec O_8) + \ldots + m(\prec O_{13}) + \frac{m(\prec O_{14})}{2}$...................1p

$= 6 + 14 + 16 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 6 = 72^\circ$..1p

Barem de corectare – clasa a-VII-a

Subiectul I

$|x| \geq 0, \forall x \in R \Rightarrow (-1)^m \cdot \frac{32}{243} \geq 0 \Rightarrow m$ este nr.par..............................1p

$0 < \frac{2}{3} < 1 \Rightarrow 0 < \left(\frac{2}{3}\right)^n < 1$..1p

$\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1 < 0$..1p

$\left|\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1\right| = -\left(\frac{2}{3}\right)^n + 1$...1p

$\left|1 - \left|\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1\right|\right| = \left|1 + \left(\frac{2}{3}\right)^n - 1\right| = \left|\left(\frac{2}{3}\right)^n\right| = \left(\frac{2}{3}\right)^n$..1p

$\left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{32}{243} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \Rightarrow n = 5$...2p

Subiectul II

1.

$a^2 = \overline{0,x(y)} + \overline{0,y(x)} = \frac{\overline{xy} - x}{90} + \frac{\overline{yx} - y}{90}$.......................0,5p

$= \frac{10x + 10y}{90}$...1p

$= \frac{10(x+y)}{90} = \frac{x+y}{9}$...1p

$\Rightarrow (x+y) \vdots 9$..0,5p

$\left.\begin{array}{l} x, y \text{ cifre} \\ x + y = 9 \end{array}\right\}$...0,5p

$(x, y) \in \{(1;8); (2;7); (3;6); (4;5); (5;4); (6;3); (7;2); (8;1)\}$...............1p

2.

$u(2008^{2008}) = 6$...1p

$u(2009^{2008}) = 1$.......................................1p

$u(2008^{2008} + 2009^{2008}) = 7$.......................o,5p

Nr. $2008^{2008} + 2009^{2008}$ nu este patrat perfect.............0,5p

Subiectul III

a) $\Delta CAE \equiv \Delta CFE$ (I.U.)............................0,5p

$\prec AEC \equiv \prec FEC$...0,5p

b) $\left.\begin{matrix} EF \perp BC \\ AD \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow EF \parallel AD$.........................0,5p

$\left.\begin{matrix} \prec FEC \equiv \prec DGC \text{(corespondente)} \\ \prec DGC \equiv \prec AGE \text{ (opuse la varf)} \\ \overset{a)}{\Rightarrow} \prec AEC \equiv \prec FEC \end{matrix}\right\}$..............1p

$\Rightarrow \prec AEC \equiv \prec AGE \Rightarrow \Delta AEG$ isoscel................0,5p

c) $\left.\begin{matrix} AG \parallel EF \\ \overset{a)}{\Rightarrow} AE = EF \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ AGFE paralelogram.....................1p

$\overset{b)}{\Rightarrow} AG = AE \Rightarrow$ AGFE paralelogram cu 2 laturi consecutive egale..............1p

AGFE romb..1p

d) $m(\prec BEF) = m(\prec ACB)$ (au acelasi complement ABC)....................0,5p

$m(\prec HEC) = m(\prec HEF) + m(\prec FEC)$......................0,5p

$= \frac{m(\prec BEF)}{2} + m(\prec FEC) = \frac{m(\prec ACB)}{2} + m(\prec FEC)$...............0,5p

$= 90^\circ$...0,5p

Subiectul IV

"$\Rightarrow$" $m(\prec A_1C_1B_1) = 180^\circ - m(\prec BIA) = 180^\circ - \left(180^\circ - \frac{m(\prec A)}{2} - \frac{m(\prec B)}{2}\right)$.......................0,5p

$= \frac{m(\prec A) + m(\prec B)}{2}$..0,5p

Analoagele $m(\prec A_1B_1C_1) = \frac{m(\prec A) + m(\prec C)}{2}$..0,5p

$m(\prec B_1A_1C_1) = \frac{m(\prec B) + m(\prec C)}{2}$..0,5p

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

$\Rightarrow m(\prec A) = \frac{m(\prec B) + m(\prec C)}{2}; m(\prec B) = \frac{m(\prec A) + m(\prec C)}{2}; m(\prec C) = \frac{m(\prec A) + m(\prec B)}{2}$..............1p

$m(\prec A) = m(\prec B) = m(\prec C)$..1p

"$\Leftarrow$" C_1 este mijlocul laturii AB........................0,5p

B_1 este mijlocul laturii AC........................0,5p

A_1 este mijlocul laturii BC........................0,5p

A_1C_1 ; B_1C_1 ; A_1B_1 sunt linii mijlocii în triunghiul ABC echilateral…………………0,5p

$A_1C_1 = B_1C_1 = A_1B_1$, deci triunghiul $A_1B_1C_1$ este echilateral……………………......0,5p

$\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC$..0,5p

Barem de corectare – Clasa –VIII-a

Subiectul I

1.

$(4k)^2 = 4 \cdot 4k^2$..0,5p

$(4k+1)^2 = 16k^2 + 8k + 1 = 4(4k^2 + 2k) + 1$.................0,5p

$(4k+2)^2 = 16k^2 + 16k + 4 = 4(4k^2 + 4k + 1)$.............0,5p

Restul împărțirii unui pătrat perfect la 4 poate fi 0 sau 1………………………0,5p

Restul împărțirii numărului 4m + 3 la 4 este 3, deci 4m + 3 nu poate fi pătrat perfect…………1p

2.

$x = \sqrt{3^n(5 + 2 \cdot 3) + 3^2 + 11}$.................0,5p

$= \sqrt{3^n \cdot 20 + 11}$...............................0,5p

$= \sqrt{4 \cdot (5 \cdot 3^n) + 4 \cdot 2 + 3} = \sqrt{4(5 \cdot 3^n + 2) + 3}$............0,5p

Numărul $4(5 \cdot 3^n + 2)$ este de forma 4m + 3, deci x este număr irațional………………0,5p

3.

$|x| \geq 0, \forall x \in R$..0,5p

$|a_1 - 1| + |a_2 - 2| + ... + |a_{2009} - 2009| \leq 0$....................0,5p

$|a_1 - 1| = |a_2 - 2| = ... = |a_{2009} - 2009| = 0$....................0,5p

$a_1 = 1;\ a_2 = 2;\ ...\ ; a_{2009} = 2009$...............................0,5p

Subiectul II

1. Amplificarea produsului cu numărul 1 = 5 – 4 ………………………..1p
Obținerea succesivă a diferențelor de pătrate………………………….2p
Finalizare ………………………………………………………...1p

2.

$m_g(a ; b) \leq m_a(a ; b), \forall a, b \in R$, de unde $\dfrac{a+b}{\sqrt{a \cdot b}} \geq 2$...............................0,5p

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{3}{\sqrt{2}} \geq 2 \\ \dfrac{5}{\sqrt{6}} \geq 2 \\ \vdots \\ \dfrac{29}{\sqrt{210}} \geq 2 \end{array}\right\}$$ 1p

$\dfrac{3}{\sqrt{2}} + \dfrac{5}{\sqrt{6}} + ... + \dfrac{29}{\sqrt{210}} \geq 2 \cdot 14 = 28$...........................1p

Subiectul III

a) $\Delta ABC,\ m(\sphericalangle A)=90^{\circ} \Rightarrow \cos 30^{\circ}=\dfrac{4\sqrt{3}}{BC} \Rightarrow BC=8\,\text{cm}=A'B$........................1p

$\sin 30^{\circ}=\dfrac{AB}{8} \Rightarrow AB=4\text{ cm}$....................................1p

T.P. $\Delta A'BC, m(\sphericalangle A)=90^{\circ} \Rightarrow AA'=4\sqrt{3}\text{ cm}$..1p

b) Fie $AD \perp BC, D \in (BC)$

$AD=\dfrac{AB\cdot AC}{BC}=2\sqrt{3}\text{ cm}$..0,5p

$\left.\begin{array}{l} AD \perp BC \\ AA' \perp (ABC) \end{array}\right\} \overset{T3\perp}{\Rightarrow} A'D \perp BC$..1p

T.P. $\Delta A'AD, m(\sphericalangle A)=90^{\circ} \Rightarrow A'D=2\sqrt{15}\text{cm}$...................................0,5p

c) Fie $AR \perp A'D$.

$AR \perp (A'BC)$..1p

$\Delta A'AD, m(\sphericalangle A)=90^{\circ} \Rightarrow AR=\dfrac{A'A\cdot AD}{A'D}=\dfrac{4\sqrt{15}}{5}\text{cm}$........................1p

Subiectul IV

$(MCD):\ \dfrac{CX}{XM}=\dfrac{3}{1}=\dfrac{CN}{ND} \overset{R.Thales}{\Longrightarrow} XN \parallel MD$...........................1p

$\dfrac{DZ}{ZM}=\dfrac{1}{3}=\dfrac{DN}{NC} \overset{R.Thales}{\Longrightarrow} ZN \parallel MC$............................1p

Rezultă MXNZ paralelogram, deci [MN] şi [XN] au acelaşi mijloc (1)………………………1p

Analog se arată că MYNT este paralelogram, deci [MN] şi [TY] au acelaşi mijloc (2)……….3p

Din (1) şi (2) rezultă că XYZT este paralelogram, de unde $X \in (YZT)$ ………………………1p