

Demonstrați că într-un triunghi are loc inegalitatea: $P \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$, unde s-a notat cu a, b, c lungimile laturilor triunghiului și cu P perimetrul triunghiului.

Clasa a VIII-a

Valer Pop

Soluție

Se știe că pentru două numere pozitive, media aritmetică este mai mare sau egală cu media geometrică, adică pentru numerele pozitive x și y avem: $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ sau $x+y \geq 2\sqrt{xy}$. Aplicăm această inegalitate a mediilor pentru măsurile laturilor triunghiului și avem: $a+b \geq 2\sqrt{ab}$, $b+c \geq 2\sqrt{bc}$ și $c+a \geq 2\sqrt{ca}$. Adunând membru cu membru aceste inegalități avem: $2(a+b+c) \geq 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$, de unde prin împărțire cu 2 obținem $a+b+c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$, adică $P \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$.