

**PROGRAMA PENTRU ETAPA LOCALA
A OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ
14 februarie 2009**

Clasa a V– a

Metode de rezolvare a problemelor de aritmetică.

Metoda comparației. Metoda grafică. Metoda falsei ipotezei. Metoda mersului invers. Probleme de mișcare. Probleme de perspicacitate și de numărare. Principiul cutiei (Principiul lui Dirichlet). Metoda reducerii la absurd.

Numere naturale

Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. Puteri. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. Ultima cifră. Pătrate perfecte. Cuburi perfecte. Sisteme de numerație. Divizibilitatea în \mathbb{N} .

Clasa a VI–a

ARITMETICĂ . ALGEBRĂ

1. Numere naturale

Proprietățile divizibilității în \mathbb{N} .

Criteriile de divizibilitate cu: 2; 5; 10; 2^n ; 5^n ; 3; 9; 7; 11; 13. Numere prime și numere compuse.

Teorema fundamentală a aritmeticii. C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. ; $a;b=ab$. Numere prime între ele.

a/bc și $(a,b)=1 \Rightarrow a/c$; (teorema lui Gauss).

2. Numere raționale pozitive (conținutul programei școlare)

3. Rapoarte și Proporții

Rapoarte. Proporții. Procente. Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale. Șir de rapoarte egale. Proporționalitate directă. Proporționalitate inversă.

GEOMETRIE

1. Punct. Dreaptă. Semidreaptă. Segment (conținutul programei școlare).

2. Unghi (conținutul programei școlare și, în plus, teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf).

3. Congruența triunghiurilor (conținutul programei școlare și cazul L.U.U.)

Clasa a VII– a

ALGEBRĂ

1. Mulțimea numerelor întregi

Mulțimi

Noțiunea de mulțime; relații (apartenență, egalitate, incluziune); operații (intersecția, reuniunea, diferența, produsul cartezian).

Numere întregi

Mulțimea numerelor întregi; reprezentare pe axă; operații; ordinea efectuării operațiilor; divizibilitate în \mathbb{Z} : definiție, divizor, multiplu; ecuații; inecuații.

2. Mulțimea numerelor raționale

Mulțimea numerelor raționale (\mathbf{Q}); reprezentarea pe axă a numerelor raționale, opusul unui număr rațional; valoarea absolută a unui număr rațional (modulul). Incluziunile $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$. Scrierea numerelor raționale sub formă zecimală sau fracționară. Adunarea numerelor raționale, proprietăți. Scăderea numerelor raționale.

Compararea numerelor raționale. Înmulțirea numerelor raționale, proprietăți; ordinea efectuării operațiilor.

Împărțirea numerelor raționale; ordinea efectuării operațiilor. Puterea unui număr rațional cu exponent număr întreg. Reguli de calcul cu puteri. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor. Rezolvarea în \mathbf{Q} a ecuațiilor de forma $ax+b=0$, cu $a \in \mathbf{Q}^*$, $b \in \mathbf{Q}$. Probleme care pot fi rezolvate cu ajutorul ecuațiilor.

Rapoarte; proporții; proporții derivate; procente; raport procentual; șir de rapoarte egale. Media aritmetică și media aritmetică ponderată.

3. Numere reale

Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect. Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv; algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate. Aproximări.

Exemple de numere iraționale; mulțimea numerelor reale; modul; ordonare; reprezentare pe axă prin aproximări.

Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real; Reguli de calcul cu radicali (conținutul programei școlare).

a) Dacă $a \in \mathbf{N}$ și $\sqrt{a} \in \mathbf{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbf{N}$; b) Dacă $a, b \in \mathbf{N}$ și $\sqrt{a} + \sqrt{b} \in \mathbf{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbf{N}$ și $\sqrt{b} \in \mathbf{N}$;

c) Dacă a și b nu sunt pătrate ale unor numere raționale, atunci $\sqrt{a} + \sqrt{b} \notin \mathbf{Q}$; d) Dacă $a, b \in \mathbf{Q}^*$ și $\alpha, \beta \in \mathbf{Q}^*$ astfel încât, atunci $\alpha\sqrt{a} + \beta\sqrt{b} \in \mathbf{Q}^*$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbf{Q}$ și $\sqrt{b} \in \mathbf{Q}$; e) Dacă $a, b \in \mathbf{Q}^*$ astfel încât $\sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$, atunci $a \pm \sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ și $a\sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$; f) Dacă $a \in \mathbf{Q}^*$ și $b \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$, atunci $a + b \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ și $ab \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$; g) $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} + \sqrt{\frac{a-c}{2}}$, unde $a, b, c \in \mathbf{R}^*$ și

$c^2 = a^2 - b$ (formula radicalilor dubli).

GEOMETRIE

1. Recapitulare și completări

Unghiuri opuse la vârf.

Congruența triunghiurilor. Linii importante în triunghi.

Condiții necesare și suficiente ca un paralelogram să fie dreptunghi, romb, pătrat.

Centru de simetrie și axe de simetrie pentru poligoanele studiate.

Trapez, clasificare; trapez isoscel, proprietăți.

Arii (triunghiuri, patrulatere); calculul ariilor unor suprafețe, folosind decupări, pavaje, rețele, sau cu ajutorul formulelor. Calculul ariilor laterale și totale ale unor poliedre, pe desfășurări date.

2. Asemănarea triunghiurilor

Rapoarte și proporții formate cu lungimi de segmente; segmente proporționale. Teorema paralelelor echidistante.

Teorema lui Thales. Teorema reciprocă a teoremei lui Thales. Împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date.

Linia mijlocie în triunghi; proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi.

Linia mijlocie în trapez; proprietăți.

Criterii de asemănare a triunghiurilor. Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă.

Clasa a VIII-a

ALGEBRĂ

1. Numere reale

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. Forme de scriere a unui număr real. Reprezentare pe axă. Aproximări. Valoarea absolută a unui număr real. Intervale.

Operații cu numere reale de forma $a\sqrt{b}$, $b > 0$, (adunarea, scăderea, înmulțirea, ridicarea la putere, împărțirea). Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$, $a \pm \sqrt{b}$, $a, b \in \mathbb{N}$.

Calcul cu numere reale reprezentate prin litere: adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere cu exponent întreg.

Formule de calcul prescurtat: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$;

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc; (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3;$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

Descompuneri în factori.

Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere (amplificare și simplificare). Operații cu acestea (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere).

GEOMETRIE

1. Cercul: Definiție. Elemente în cerc. Unghi la centru. Măsura arcelor. Coarde și arce; proprietăți. Teorema unghiului înscris în cerc. Cerc înscris, cerc circumscris unui triunghi. Patrulater ortodiagonal. Patrulater inscriptibil. Patrulater circumscriptibil. Condiții de inscriptibilitate, condiții de circumscriptibilitate. Cercul lui Euler. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri. Teorema arcului capabil de un unghi dat. Poligoane regulate. Lungimea cercului și a arcului de cerc. Aria discului și a sectorului de cerc.

2. Inegalități geometrice. Probleme de maxim și de minim.

Inegalitatea triunghiului. Într-un triunghi, la latura mai mare se opune unghiul mai mare, și reciproc. Teorema perpendicularelor și a oblicelor.

3. Relații între puncte, drepte și plane

Corpuri geometrice cunoscute: cub, paralelipiped dreptunghic (cuboid), piramidă, cilindru, con, sferă (descriere, reprezentare în plan, desfășurare; prezentarea corpurilor rotunde drept corpuri de rotație). Puncte, drepte, plane: convenții de desen și notație. Determinarea drepte; determinarea planului. Tetraedrul. Piramida.

Poziții relative a două drepte în spațiu (exemplificare mai întâi pe corpurile studiate); axioma paralelelor; relația de paralelism în spațiu.

Unghiuri cu laturile respectiv paralele (fără demonstrație); unghiul a două drepte în spațiu; drepte perpendiculare.

Poziții relative ale unei drepte față de un plan. Dreapta perpendiculară pe un plan; distanța de la un punct la un plan; înălțimea piramidei.

Poziții relative a două plane. Plane paralele; distanța dintre două plane paralele.

Prisma; înălțimea prisme; prismă dreaptă.

Secțiuni paralele cu baza în corpurile studiate; trunchiul de piramidă.

4. Proiecții ortogonale pe un plan

Proiecții de puncte, drepte, segmente.

Teorema celor trei perpendiculare; reciprocele teoremei celor trei perpendiculare; calculul distanței de la un punct la o dreaptă.