O ecuație cu radicali

Determinați numerele x și y naturale, astfel încât $\sqrt{x+13}+\sqrt{x+33}=y$

Clasa a VII-a

Valer Pop

Soluție

Cum y este număr natural rezultă că expresiile de sub radicali sunt pătrate perfecte.

Notăm $x+13=a^2$ și $x+33=b^2$. Observăm că $b^2-a^2=20$ de unde rezultă: $(b+a)(\mathrm{b}-\mathrm{a})=20=20\cdot 1=10\cdot 2=5\cdot 4$. Se știe că dacă se adună suma a două numere naturale cu diferența lor se obține dublul numărului mai mare și că suma a două numere naturale este mai mare decât diferența lor. De asemenea se știe că suma a două numere naturale și diferența lor au aceeași paritate. Din acestea rezultă că $b+a=10$ și $b-a=2$. Adunând membru cu membru aceste egalități rezultă că $b+a+b-a=12$ de unde rezultă $2b=12$ și apoi $b=6$ și $b^2=36$. Deci $x+33=36$ de unde obținem $x=3$. Dacă $x=3$ avem $\sqrt{3+13}+\sqrt{3+33}=y$, adică $y=10$. Mulțimea soluțiilor ecuației este $S=\{(3;10)\}$