Simulare pentru Examenul de bacalaureat – 2019

Probă scrisă la matematică

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI - SIMULARE BACALAUREAT 2019

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1. Rezolvaţi în $\mathbb{C}$ ecuaţia: $|z| + z = 4 + 4i$.

5p 2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 9$. Demonstraţi că vârful parabolei asociate funcţiei f se găseşte pe dreapta de ecuaţie $x + y = 7$.

5p 3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg^2 x + 5\lg x - 6 = 0$.

5p 4. Determinaţi numărul funcţiilor pare $f:\{-2,-1,0,1,2\}\to\{-2,-1,0,1,2\}$.

5p 5. Pătratul $ABCD$ de centru O are latura $AB = 2$. Calculaţi modulul vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AD}$.

5p 6. Demonstraţi că, pentru orice număr real x, are loc egalitatea: $\sin(\pi + x) + \sin(\pi - x) + \sin x + \sin(2\pi - x) = 0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie $m \in \mathbb{R}$ şi punctele $A(m, 1)$, $B(1-m, 2)$, $C(2m+1, 2m+1)$. Se consideră matricea $M = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1-m & 2 & 1 \\ 2m+1 & 2m+1 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Calculaţi $\det(M)$.

5p b) Demonstraţi că punctele A, B şi C sunt necoliniare, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

5p c) Arătaţi că aria triunghiului ABC este mai mare sau egală cu $\frac{15}{32}$.

2. Pe mulţimea numerelor reale, se defineşte legea de compoziţie $x * y = 2xy - x - y + 1$.

5p a) Arătaţi că $x * y = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}$, $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Determinaţi elementul neutru al legii "$*$".

5p c) Determinaţi numerele reale m, n, p, ştiind că $m * n * p = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$.

5p a) Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f care este paralelă cu axa Ox.

5p **c)** Demonstrați că $f(x) \leq \frac{1}{2e}$, pentru orice $x > 0$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \ln(x^2 + 1)$

5p **a)** Calculați $\int e^{f(x)} dx$.

5p **b)** Determinați numerele reale a și b astfel încât funcția $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F(x) = x\ln(x^2 + 1) + ax + 3 + b\operatorname{arctg} x$ să fie o primitivă a funcției f.

5p **c)** Arătați că orice primitivă a funcției f are un punct de inflexiune.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI - SIMULARE BACALAUREAT 2019