



Simulare pentru Examenul de bacalaureat – 2019
Probă scrisă la matematică

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați al cincilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_4 + a_9 = 20$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 + x - 3 = 0$. Arătați că $x_1^2 + x_2^2$ este număr întreg.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{\lg(3x-2)}{\lg x} = 2$.
- 5p 4. Calculați $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2019}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy , se consideră punctele $A(1,2)$, $B(2,5)$ și $C(3,4)$. Aflați lungimea medianei din B a triunghiului ABC.
- 5p 6. Dacă $\operatorname{ctgx} = \frac{1}{2}$, aflați $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x, a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & a \\ 1 & x^2 & a^2 \end{pmatrix}$, $a, x \in \mathbb{R}$
- 5p a) Calculați $\det(A(0,1))$.
- 5p b) Demonstrați că $\det(A(x, 2018)) = 2017(2018 - x)(x - 1)$.
- 5p c) Găsiți numărul real x pentru care $\det(A(x, 0))$ are valoare minimă.
2. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = 2018(xy - x - y) + 2019$
- 5p a) Arătați că $x * y = 2018(x - 1)(y - 1) + 1, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați elementul neutru al legii $*$.
- 5p c) Determinați numerele întregi n cu proprietatea că $n * n \leq 2019$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$
- 5p a) Calculați $f'(x)$.
- 5p b) Arătați că $f(x) \geq 2, \forall x \in (0, \infty)$.
- 5p c) Determinați coordonatele punctelor aparținând graficului funcției f în care tangenta la grafic este paralelă cu dreapta $d: 3x + y + 3 = 0$.

2. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$

5p a) Arătați că funcția $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{\ln x}{x}$ este o primitivă a funcției f .

5p b) Arătați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe intervalul $(0, e)$.

5p c) Știind că G este o primitivă a funcției f cu proprietatea că $G(e) = \frac{e+1}{e}$, calculați $G(1)$