Concursul ”Memorial Nicoliță Sanda” Ediția a XXII-a
10.11.2018
Clasa a VIII-a

Subiectul I (30 puncte) – Pe foaia de concurs se trec numai literele corespunzătoare răspunsului corect.

1. Rezultatul calculului $\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{\left(2-2\sqrt{3}\right)^2} + \sqrt{3+\sqrt{3}}^2$ este:

a) 4 b) 5 c) $4\sqrt{3}$ d) $7\sqrt{3}$

2. Intervalul în care se află soluția ecuației $2[x]$-2018=-2006, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului a, este:

a) (6;7) b) [1012;1013) c) [6;7) d) (1012;1013]

3. Aria unui triunghi dreptunghic isoscel având ipotenuza cu lungimea de 12 cm este:

a) 144 cm^2 b) 0,72 dm^2 c) 6 dm^2 d) 0,36 dm^2

4. Aria suprafeței cuprinse între un pătrat cu latura de 10 cm și cercul circumscris acestuia este egală cu:

a) $25\ (\Pi-2)cm^2$ b) $50\ (\Pi-3)cm^2$ c) $25\ (\Pi-3)cm^2$ d) $50\ (\Pi-2)cm^2$

5. Dacă raportul ariilor a două triunghiuri asemenea este $\frac{25}{49}$, atunci raportul perimetrelor este egal cu:

a) $\frac{25}{49}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{7}{5}$ d) $\frac{18}{45}$

6. Cel mai mic număr natural mai mare decât media geometrică a numerelor $3\sqrt{7}$-4 și $3\sqrt{7}$+4 este:

a) 6 b) 8 c) 7 d) 9

Subiectul al II-lea (30 puncte) – Pe foaia de concurs se trec doar rezultatele.

1. Intervalele în care se află numerele reale a și b care verifică relația $4a^2+b^2-12a+6b+9=0$ sunt...
2. Aria trapezului isoscel cu diagonalele perpendiculare și bazele de lungimi 18 cm și 10 cm este ...
3. Dacă E(x)= $(x+1)^2-(x^2-x-2)^2+x^2(x-2)(x+2)-2x^3$ atunci E(2018) este ...
4. Scrierea sub formă de cub perfect a numărului real x=$[\ (7-4\sqrt{3})^{2018}+(\frac{1}{7+4\sqrt{3}})^{2018}]\cdot(14+8\sqrt{3})^{2018}$ este ...
5. Lungimea bisectoarei unghiului C al triunghiului ABC cu $m(\widehat{A})=90^{\circ}$, AB=8 cm și BC =10 cm este ...
6. Partea fracționară a numărului x=$\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\cdots+\frac{1}{2017\cdot2018}$ este ...

Subiectul al III-lea (30 puncte) – Pe foaia de concurs se fac rezolvările complete.

1. a) Să se demonstreze că $\sqrt{a\cdot b}\le\frac{a+b}{2}$ pentru orice numere reale pozitive a și b.
   b)Să se demonstreze inegalitatea:
   $\sqrt{\frac{x(y+z)}{3}}+\sqrt{\frac{y(z+x)}{3}}+\sqrt{\frac{z(x+y)}{3}}\le\frac{5}{6}(x+y+z)$, pentru orice x, y, z $\in\mathbb{R}_+$.
2. a) În triunghiul ABC se consideră punctul D∈(BC). Să se arate că $\frac{BD}{DC}=\frac{A_{\Delta ABD}}{A_{\Delta ACD}}$
   b)Pe laturile [BC], [AC], [AB] ale triunghiului ABC se consideră punctele A', B', C' astfel încât dreptele AA', BB', CC' să fie concurente în punctul M. Să se arate că:
   i) $\frac{MA}{MA'}=\frac{A_{\Delta MAB}+A_{\Delta MAC}}{A_{\Delta MBC}}$ ii) $\frac{MA'}{AA'}+\frac{MB'}{BB'}+\frac{MC'}{CC'}$=1
3. Fie ABCD trapez isoscel cu AD=CD=BC, AC⊥BC, AB=24 cm. Să se calculeze:
   a) Perimetrul și aria trapezului.
   b) Cât la sută reprezintă aria triunghiului MCD din aria triunghiului MAB, unde {M}=AD∩BC.
   c) Să se calculeze raza cercului circumscris trapezului ABCD.

Notă: se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru: 2 h 30 min

Prof. Luculescu Anca

Prof. Deaconu Simona

Prof. Deaconu Simona

Concursul ”Memorial Nicoliță Sanda” Ediția a XXII-a
10.11.2018
Clasa a VIII-a
Barem

Se acordă 10 puncte de oficiu.
Subiectul I (30 puncte) - **Subiectul al II-lea** (30 puncte)
Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte (răspuns corect), fie 0 puncte (răspuns greșit sau răspuns lipsă). Nu se acordă puncte intermediare.

	1	2	3	4	5	6
Subiectul I	a)4	c)[6;7)	d) 0,36 dm^2	d)50$(\Pi-2)\ cm^2$	b)$\frac{5}{7}$	c)7
Subiectul II	a∈[0;3] b∈[-6;0]	196 cm^2	-4039	$(2^{673})^3$	$3\sqrt{5}$ cm	$\frac{2017}{2018}$

Subiectul al III-lea (30 puncte) Orice rezolvare corectă se punctează corespunzător etapei la care s-a ajuns.

1.

a) $\sqrt{a\cdot b}\le\frac{a+b}{2}\Leftrightarrow 2\sqrt{a\cdot b}\le a+b\Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab}\ge 0\Leftrightarrow(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\ge 0$ ....1 p
Egalitatea are loc pentru a=b...1 p

b) Se aplică inegalitatea mediilor și avem
$\sqrt{\frac{x(y+z)}{3}}\le\frac{x+\frac{y+z}{3}}{2}=\frac{3x+y+z}{6}$ ....2 p
$\sqrt{\frac{y(x+z)}{3}}\le\frac{y+\frac{x+z}{3}}{2}=\frac{3y+x+z}{6}$ ....2 p
$\sqrt{\frac{z(x+y)}{3}}\le\frac{z+\frac{x+y}{3}}{2}=\frac{3z+x+y}{6}$ ....2 p
Finalizare + egalitate...2 p

2.

a) $A_{\Delta ABD}=\frac{BD\cdot d(A;BD)}{2}$ ....0,5 p
$A_{\Delta ACD}=\frac{CD\cdot d(A;CD)}{2}$ ....0,5 p
Raportul celor două relații ....1 p

b) i) $\frac{MA}{MA'}==\frac{A_{\Delta MAB}}{A_{\Delta MBA'}}=\frac{A_{\Delta MAC}}{A_{\Delta MCA'}}=\frac{A_{\Delta MAB}+A_{\Delta MAC}}{A_{\Delta MBA'}+A_{\Delta MCA'}}=\frac{A_{\Delta MAB}+A_{\Delta MAC}}{A_{\Delta MBC}}$ ....2 p
ii) din i) $\Rightarrow\frac{MA+MA'}{MA'}=\frac{A_{\Delta MAB}+A_{\Delta MAC}+A_{\Delta MBC}}{A_{\Delta MBC}}$ ....1 p
$\Rightarrow\frac{AA'}{MA'}=\frac{A_{\Delta ABC}}{A_{\Delta MBC}}\Rightarrow\frac{MA'}{AA'}=\frac{A_{\Delta MBC}}{A_{\Delta ABC}}$ ....2 p
Analog celelalte $\frac{MB'}{BB'}=\frac{A_{\Delta MAC}}{A_{\Delta ABC}}$ și $\frac{MC'}{CC'}=\frac{A_{\Delta AMB}}{A_{\Delta ABC}}$ ....2 p
Prin adunarea relațiilor⇒concluzia ....1 p

3. a) AD=DC=BC și AC⊥BD, AB=24 cm, m$(\widehat{B})=60^\circ$ ....2 p
BC=DC=AD=12 cm ....1 p
P_{ABCD}=60 cm ....1 p
$CE=6\sqrt{3}$ cm, CE⊥AB și $A_{ABCD}=108\sqrt{3}cm^2$ ....2 p
$b)$ $\frac{x}{100}\cdot A_{MAB}=A_{MCD}$, $\frac{x}{100}=\frac{A_{MCD}}{A_{MBA}}=(\frac{12}{24})^2=\frac{1}{4}$ ....1 p
x=25; x%=25% ....1 p
c) $R_{ABCD}=R_{ABC}=\frac{AB}{2}=12\ cm$ ....2 p