

**Concursul "Memorial Nicolică Sanda" Ediția a XXII-a**  
10.11.2018  
**Clasa a VII-a**

**Subiectul I** (30 puncte) – Pe foaia de concurs se trec numai literele corespunzătoare răspunsului corect.

1. Dacă  $x=1,23(417)$ , atunci suma primelor 2018 zecimale este egală cu:  
a) 8069      b) 8070      c) 8068      d) 8064
2. Produsul rădăcinilor ecuației  $|x + 1| + |2x + 2| + |3x + 3| + \dots + |100x + 100| = 15150$  este egal cu:  
a) 0      b) -6      c) -8      d) 1
3. Dacă  $S(n)$  este suma divizorilor naturali ai numărului natural  $n$ , atunci  $S(2^{2018})$  este divizibil cu:  
a) 7      b) 8      c) 6      d) 10
4. Dacă diagonala mică a unui romb este egală cu latura rombului atunci măsura unghiului obtuz este egală cu:  
a)  $150^\circ$       b)  $105^\circ$       c)  $135^\circ$       d)  $120^\circ$
5. Trei copii împart o ciocolată astfel: primul ia o pătrime, al doilea o cincime, atunci al treilea ia:  
a) 45%      b) 50%      c) 55%      d) 60%
6. Dacă numerele  $a$  și  $b$  sunt invers proporționale cu  $0,08(3)$  și  $0,1(6)$  atunci valoarea raportului  $\frac{2a+3b}{5a-2b}$  este:  
a) 1,75      b) 0,175      c) 0,875      d) 0,075

**Subiectul al II-lea** (30 puncte) – Pe foaia de concurs se trec doar rezultatele.

1. Dacă  $a_1, a_2, \dots, a_{2018}$  sunt numere întregi astfel încât  $a_1 + a_2 + \dots + a_{2018} = 2017$ , atunci rezultatul calculului  $(a_1 - a_2) + 2(a_2 - a_3) + 3(a_3 - a_4) + \dots + 2017(a_{2017} - a_{2018}) + 2018 \cdot a_{2018}$  este egal cu ...
2. Dacă  $x = 22 + 202 + 2002 + \dots + 2000 \dots 02$ , unde ultimul termen are 2017 zerouri, atunci suma cifrelor lui  $x$  este ...
3. Dacă într-un trapez lungimea liniei mijlocii este egală cu 15 cm, iar lungimea segmentului care unește mijloacele diagonalelor este egală cu 6 cm, atunci lungimile bazelor sunt ...
4. Probabilitatea ca, alegând un număr de șapte cifre, acesta să fie egal cu răsturnatul său este egală cu ....
5. Dintre numerele  $x = 1 \cdot (-1)^1 + 2 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1)^3 + \dots + 2018 \cdot (-1)^{2018}$  și  $y = [5^{43} : (-125)^{14} + (-7^{25}) : 49^{12} + (-2^{25}) : (-2)^{25}] \cdot 2018$ , mai mare este ...
6. Dacă bursa lunară a unui elev este mai mică decât 420 lei cu tot atâția lei cât ar primi peste 420 lei dacă i s-ar dubla suma, atunci bursa este ...

**Subiectul al III-lea** (30 puncte) – Pe foaia de concurs se fac rezolvările complete.

1. Pe diagonala (BD) a paralelogramului ABCD se consideră punctele E și M astfel încât  $(BE) \equiv (EM) \equiv (MD)$ . Dacă  $\{T\} = BC \cap AE$ ,  $\{Q\} = AM \cap CD$ ,  $\{L\} = AB \cap CE$  și  $\{P\} = AD \cap CM$ , să se demonstreze că dreptele AC, EM și LQ sunt concurente.
2. Fie  $a, b, c$  numere raționale pozitive, astfel încât  $\frac{5}{a+7} + \frac{35}{7b+77} + \frac{65}{13c+169} = 0$ , (5)  
a) Calculați  $\frac{a+4}{a+7} + \frac{b+8}{b+11} + \frac{c+10}{c+13}$   
b) Arătați că  $0, (1) < \frac{2a-14}{2a+14} + \frac{3b-33}{3b+33} + \frac{4c-52}{4c+52} < 1$ , (4)
3. Pe latura BC a triunghiului ABC se ia punctul P și fie D și E simetricile lui P față de AB, respectiv AC. Arătați că punctele D, A și E sunt coliniare dacă și numai dacă  $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ .

**Notă:** se acordă 10 puncte din oficiu.

**Timp de lucru:** 2 h 30 min

Prof. Deaconu Simona

Prof. Luculescu Anca



**Concursul "Memorial Nicolică Sanda" Ediția a XXII-a**

10.11.2018

**Clasa a VII-a**

Barem

Se acordă 10 puncte de oficiu.

**Subiectul I** (30 puncte) - **Subiectul al II-lea** (30 puncte)

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte (răspuns corect), fie 0 puncte (răspuns greșit sau răspuns lipsă). Nu se acordă puncte intermediare.

	1	2	3	4	5	6
Subiectul I	a)8069	c)-8	a) 7	d) 120°	c)55%	c) 0,875
Subiectul II	2017	4049	B=21 cm b=9 cm	0,001	x>y	280 lei

**Subiectul al III-lea** (30 puncte) Orice rezolvare corectă se punctează corespunzător etapei la care s-a ajuns.

- Figura corectă ..... 1 p  
 $OB=OD$   
 $BE=DM$  }  $\Rightarrow OE=OM$  ..... 1 p  
 $OA=OC$  ..... 1 p  
 Rezultă AMCE paralelogram ..... 1 p  
 Rezultă AM // CE și AQ // CL ..... 1 p  
 Din QC // AL și AQ // CL  $\Rightarrow$  AQCL paralelogram ..... 2 p  
 Rezultă QL și AC au același mijloc ..... 1 p  
 Din AMCE paralelogram avem AC și ME au același mijloc ..... 1 p  
 Deci, dreptele AC, EM și LQ concurente ..... 1 p
- $\frac{5}{a+7} + \frac{35}{7b+77} + \frac{65}{13c+169} = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \frac{5}{a+7} + \frac{35}{7(b+11)} + \frac{65}{13(c+13)} = \frac{5}{9}$  ..... 2 p  
 $\Leftrightarrow \frac{5}{a+7} + \frac{5}{b+11} + \frac{5}{c+13} = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \frac{1}{a+7} + \frac{1}{b+11} + \frac{1}{c+13} = \frac{1}{9}$  ..... 1,5 p  
 a)  $\frac{a+7}{a+4} + \frac{b+11}{b+8} + \frac{c+13}{c+10} = \frac{a+7}{a+7} - \frac{3}{a+7} + \frac{b+11}{b+11} - \frac{3}{b+11} + \frac{c+13}{c+13} - \frac{3}{c+13} = 3 - 3 \cdot \frac{1}{9} = \frac{8}{3}$  ..... 1,5 p  
 b)  $\frac{2a-14}{2a+14} + \frac{3b-33}{3b+33} + \frac{4c-52}{4c+52} = \frac{a-7}{a+7} + \frac{b-11}{b+11} + \frac{c-13}{c+13}$  ..... 1 p  
 $1 - \frac{14}{a+7} + 1 - \frac{22}{b+11} + 1 - \frac{26}{c+13} = 3 - \left( \frac{14}{a+7} + \frac{22}{b+11} + \frac{26}{c+13} \right) = n$  ..... 1 p  
 $\frac{14}{a+7} + \frac{22}{b+11} + \frac{26}{c+13} < \frac{14}{a+7} + \frac{22}{b+11} + \frac{26}{c+13} < \frac{14}{a+7} + \frac{22}{b+11} + \frac{26}{c+13}$  ..... 1 p  
 $3 - 26 \cdot \left( \frac{1}{a+7} + \frac{1}{b+11} + \frac{1}{c+13} \right) < 3 - \left( \frac{14}{a+7} + \frac{22}{b+11} + \frac{26}{c+13} \right) < 3 - 14 \left( \frac{1}{a+7} + \frac{1}{b+11} + \frac{1}{c+13} \right)$  ..... 1 p  
 $3 - \frac{26}{9} < n < 3 - \frac{14}{9}$  ..... 0,5 p  
 $0, (1) < n < 1, (4)$  ..... 0,5 p
- Figura ..... 1 p  
 $D$  simetricul lui P față de AB  $\Rightarrow PD \perp AB$   
 $AB \cap PD = \{M\} \Rightarrow (PM) \equiv (MD)$  } ..... 1 p  
 $E$  simetricul lui P față de AC  $\Rightarrow PE \perp AC$   
 $PE \cap AC = \{N\} \Rightarrow (PN) \equiv (NE)$  } ..... 1 p  
 $\triangle AMD \equiv \triangle AMP$  (L.U.L.)  $\Rightarrow \sphericalangle DAM \equiv \sphericalangle PAM$  ..... 0,5 p  
 $\triangle ANE \equiv \triangle ANP$  (L.U.L.)  $\Rightarrow \sphericalangle EAN \equiv \sphericalangle PAN$  ..... 0,5 p  
 $" \Rightarrow "$  D, A, E coliniare  $\Rightarrow m(\widehat{DAE}) = 180^\circ \Rightarrow 2 \cdot m(\widehat{PAM}) + 2 \cdot m(\widehat{PAN}) = 180^\circ$   
 $\Rightarrow m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$  ..... 1 p  
 $" \Leftarrow "$   $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ \Leftrightarrow m(\widehat{PAB}) + m(\widehat{PAC}) = 90^\circ$  ..... 1 p  
 $2 \cdot m(\widehat{PAB}) + 2 \cdot m(\widehat{PAC}) = 180^\circ$  ..... 2 p  
 $m(\widehat{DAM}) + m(\widehat{MAP}) + m(\widehat{PAC}) + m(\widehat{CAE}) = 180^\circ$  ..... 1 p  
 $m(\widehat{DAE}) = 180^\circ$ , deci D, A, E coliniare ..... 1 p

