CONCURSUL MEMORIAL NICOLIȚĂ SANDA
EDIȚIA A XXII A, 10 NOIEMBRIE 2018

SUBIECTE CLASA A VI A

SUBIECTUL I (scrieți pe foaia de concurs doar varianta corectă): **30 PUNCTE**

Pe o dreaptă considerăm , în această ordine, punctele A_1, A_2 , A_3 , ... , A_{2018} astfel încât $A_1A_2 = 1$, $A_2A_3 = 2$, $A_3A_4 = 3$, ... , $A_{2017}A_{2018} = 2017$. Notăm cu B_i mijlocul segmentului (A_iA_{i+1}).

a) Lungimea segmentului A_1A_5 este : A) 5 B) 10 C) 15 D) 25 E) Alt răspuns

b) Lungimea lui A_3B_4 este: A) 7 B) 5 C) 3 D) 1 E) Alt răspuns

c) Numărul punctelor B_i , pentru care lungimea lui A_iB_i este număr natural, este:
A) 0 B) 1008 C) 1009 D) 2017 E) Alt răspuns

d) Dacă L e lungimea segmentului A_1A_{2018} , numărul de divizori primi ai lui L, este:
A) 2 B) 3 C) 4 D) 2017 E) Alt răspuns

e) Numărul segmentelor A_iA_{i+1} , care au lungimea un număr divizibil cu 9 este:
A) 2016 B) 1008 C) 108 D) 224 E) Alt răspuns

f) Câte segmente A_iA_{i+2} au proprietatea că lungimea , împărțită pe rând la 4, 6, 8, dă respectiv resturile 1, 3, 5 ? A) 168 B) 84 C) 336 D) 0 E) Alt răspuns

SUBIECTUL II :(pe foaia de concurs treceți doar răspunsul): **30 PUNCTE**

Un număr natural se numește *pur par* dacă toate cifrele sale sunt pare.

a) Cel mai mic număr *pur par* de trei cifre diferite este .....

b) Cel mai mare număr divizibil cu 5 și *pur par* de patru cifre diferite este .....

c) Suma dintre cel mai mare și cel mai mic număr *pur par* de patru cifre, ambele divizibile cu 9, este ....

d) Media aritmetică a tuturor numerelor divizibile cu 5 și *pur pare* de trei cifre este ...

e) Dacă A e suma tuturor numerelor *pur pare* de trei cifre, numărul divizorilor lui A este ....

f) Numărul numerelor divizibile cu 36 și *pur pare* de patru cifre este ....

SUBIECTUL III (pe foaia de concurs redactați rezolvarea completă): **30 PUNCTE**

Considerăm fracția $F_a = \frac{2a+11}{2a+1}$, *a* număr natural.

a) Arătați că F_{2018} e ireductibilă;

b) Determinați mulțimea $A = \{a \in N /\ F_a \ \in N\}$;

c) Determinați cel mai mare număr *a* de două cifre pentru care F_a este reductibilă;

d) Calculați numărul numerelor *a* de patru cifre pentru care F_a este reductibilă.

Subiecte propuse de prof. Ion Marcel Neferu

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 2 h 30 min.

SUCCES!

Concursul ”Memorial Nicoliță Sanda” Ediția a XXII-a
10.11.2018
Clasa a VI-a
Barem

Se acordă 10 puncte de oficiu.
Subiectul I (30 puncte)
a) 1+2+3+4=10 (B)
b) A_3B_4=3+2=5 (B)
c) $B_2, B_4, B_6, \dots, B_{2016}$ ⇒1008 puncte (B)
d) A_1A_{2018}=1+2+3+...+2017=1009·2017 (ambele prime) (A)
e) $9 \cdot 1, 9 \cdot 2, 9 \cdot 3, \dots, 9 \cdot 224$=2016 (deci 224) (D)
f) L=24k-3; k∈ $\{1,2,3, \dots ,168\}$ deci 168 (A)

Subiectul al II-lea (30 puncte)
a) 204
b) 8640
c) 8640+4068=12708
d) (200+220+240+260+280+400+...+800+820+840+860+880):20=10800:20=540
e) 200+202+204+206+208+220+222+...+288+...+800+802+804+...+880+882+884+886+888=(200+888) · 50=54400=$2^7 \cdot 5^2 \cdot 17$ ⇒8·3·2=48 divizori
f) 40 de numere

Subiectul al III-lea (30 puncte)
a) $F_a = \frac{4047}{4037}$ (1 p)

d/4047 și d/4037 ⇒ d/10, dar 2 nu divide 4047 și 4037, 5 la fel ⇒ d=1 (4p)

b) 2a+11=k(2a+1), k∈ ℕ ⇒11-k=2a(k-1)

Deci k-impar, k≤11 Verifică doar k=3 (3p)

Final A={2} (2p)

c) d/2a+11, d/2a+1 ⇒d/10 (3p)

Cum 2a+1 e impar ⇒d=5 (2p)

2a+1=5k, k-impar, k=2t+1 (1p)

a=5t+2 (4p)

Final a=97 (4p)

d) Am văzut că a=5t+2

t_{minim}=200, t_{max}=1999 (3p)

Final 1800 (3p)