CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

„MATEMATICA, DE DRAG”

Ediţia a XIII-a, 17 noiembrie 2018

Clasa a VI-a

Subiectul 1

a) Arătaţi că există o infinitate de perechi (x, y) de numere naturale, care verifică relaţia: $\frac{5x^7+7y^5}{7x^7+5y^5}=\frac{5}{4}$.

Gazeta Matematică

b) Arătaţi că $1\cdot 1!+2\cdot 2!+3\cdot 3!+4\cdot 4!+\ \ldots+2017\cdot 2017!<2018!$, unde $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ \ldots\ \cdot n$, oricare ar fi numărul natural n nenul.

Subiectul 2

Determinaţi mulţimea:

$$M=\left\{\overline{abcd}\ \middle|\ \overline{abcd}\ este\ număr\ scris\ în\ baza\ zece\ și\ \overline{abcd}=\overline{bcd}\cdot\overline{cd}\right\}$$

Subiectul 3

În interiorul unghiului $\widehat{AOB}$ cu măsura de $91°$ se consideră semidreptele $(OC_1$, $(OC_2, \ldots, (OC_{12}$ în această ordine astfel încât unghiurile $\widehat{AOC_1}$, $\widehat{C_1OC_2}$, $\widehat{C_2OC_3}$, $\ldots$, $\widehat{C_{11}OC_{12}}$ şi $\widehat{C_{12}OB}$ au măsurile exprimate în grade prin numere naturale nenule distincte două câte două.

a) Coincide bisectoarea unghiului $\widehat{AOB}$ cu una dintre semidreptele $(OC_1$, $(OC_2, \ldots, (OC_{12}$? Justificaţi!

b) Să se arate că există o distribuţie a măsurilor unghiurilor $\widehat{AOC_1}$, $\widehat{C_1OC_2}$, $\ldots, \widehat{C_{12}OB}$ astfel încât bisectoarea unghiului $\widehat{AOB}$ să coincidă cu bisectoarea unuia dintre cele 13 unghiuri.

Timp de lucru: 3 ore

SUCCES!