**COLEGIUL DE INDUSTRIE ALIMENTARĂ ”ELENA DOAMNA”**

**CATEDRA DE MATEMATICĂ, an școlar 2018-2019**

**Prof. Mironescu Aurora Olivia**

**FIȘĂ DE LUCRU – Integrare prin părți**

**Clasa a XII-a**

1. Să se calculeze următoarele integrale definite:
2. ; b) ; c) ; d) ; e) ;

f) ;; h) ; i) ; j)

k) ;

1. Se consideră funcția f : , f (x) =
2. Arătați că f admite primitive pe ;
3. Calculați
4. Calculați a) ; b) ;
5. Calculați ;
6. Fie In = , pentru orice n.
7. Să se calculeze I0, I1;
8. Să se demonstreze că In= e – nIn-1, pentru orice n
9. Se consideră funcția f : , f(x) =
10. Să se arate că ;
11. Să se calculeze .
12. Se consideră funcțiile f, g : , f(x) = , respectiv g(x) = .
13. Demonstrați că funcția f este o primitivă a funcției g;
14. Calculați
15. Demonstrați următoarea egalitate .

**REZOLVAREA FIȘEI DE LUCRU**

1. a) = - = e – (e - 1) =1

Funcțiile f și g sunt derivabile, cu derivatele continue

; ;

b) = - 2 = e – 2 ( integrala din membrul drept a fost rezolvată la punctul a) )

Funcțiile f și g sunt derivabile, cu derivatele continue

; ; se aplică de două ori integrarea prin părți;

c) ; ;

Funcțiile f și g sunt derivabile, cu derivatele continue

d) = = =

; ;

Funcțiile f și g îndeplinesc condițiile teoremei integrării prin părți;

e)

; ;

f)

; ;

h)

; ;

1. = =

Se aplică de două ori metoda integrării prin părți

; (prima dată)

; (pentru integrala din membrul drept);

Rezultă că ;

j) Se utilizează procedeul de mai sus

= ;

;

Rezultă că 2, de unde rezultatul final:

1. a) Se demonstrează că funcția este continuă pe domeniul de definiție. În x =0, . În rest, funcția este continuă, fiind compunere de funcții elementare;

b)Se aplică proprietatea de aditivitate în raport cu intervalul de integrare

+ ( prima este elementară, a doua s-a calculat mai sus;

1. a) ; se poate calcula integrala și apoi limita sau se calculează direct limita, fiind îndeplinite condițiile regulii lui l’Hospital:
2. ; După explicitarea modulului

. Prima, prin integrare prin părți, este egală cu , iar a doua a fost calculată la ex.1, punctul a);

1. Este un exercițiu prezent pe variantele model pentru examenul de Bacalaureat.
2. este elementară, iar a mai fost calculată;
3. In = pentru orice n (s-a aplicat integrarea prin părți,

; );

**7)** a) Funcția f este derivabilă pe domeniul de definiție și, utilizând regula de derivare a produsului a două funcții, se demonstrează că ;

b) Integrala se poate calcula direct, prin părți,sau folosind punctul precedent, ;

**8)** . Integralele, separat, nu se pot calcula.

Pentru prima: .

, de unde rezultă relația cerută.

**Întrebări pentru quizizz**

1. Care dintre următoarele afirmații este adevărată?
2. Orice funcție continuă admite primitive.
3. O funcție admite primitive dacă este continuă.
4. Orice funcție care admite primitive este continuă.
5. Determinați mulțimea primitivelor funcției: f : .
6. ;
7. Calculați
8. 3;
9. 3x2;
10. ;
11. ;
12. Integrala definită a unei funcții este:
13. o funcție;
14. un număr;
15. o mulțime de funcții;
16. Cum se poate calcula o integrală definită?

a) metoda integrării prin părți;

b) metoda schimbării de variabilă;

c) direct, utilizând formulele primitivelor uzuale.