

Subiectul I(30 puncte)

1. Fie  $a = \log_2 3$ . Calculati in functie de  $a$  urmatorul logaritm:  $\log_{\frac{1}{4}} 36$ .
2. Pentru ce valori ale lui  $m \in \mathbf{R}$  graficul functiei  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  
 $f(x) = (m+2)x^2 + (2m-1)x + m+3$  nu intersecteaza axa  $Ox$ ?
3. Determinati  $z \in \mathbf{C}$ , daca  $2z - 6i = \frac{3+z}{3}$ .
4. Fie  $f: \{6, 7, 9\} \rightarrow \{1, 4, 7, 8, 9\}$ . Cate functii injective se pot defini astfel?
5. Fie  $a \in \mathbf{N}$  si vectorii  $\vec{v} = \vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{u} = a\vec{i} + 6\vec{j}$ . Aflati  $a$  astfel incat cei doi vectori sa fie coliniari?
6. Calculati  $\cos 2x$  stiind ca  $\sin x = \frac{1}{4}$ .

Subiectul II(30 puncte)

1. Fie  $M(x) = \begin{pmatrix} x & 1-x \\ 1-x & x \end{pmatrix}$ ,  $x$  numar real.

a) Calculati:  $\det M(2)$

b) Verificati daca:  $M(x)M(y) = M(2xy - x - y + 1)$ , oricare  $x$  si  $y$  numere reale.

c) Rezolvati ecuatia:  $M(a)M(x) = M(a)$ , oricare  $x$  numar real.

2. Pe  $\mathbf{R}$  se defineste legea de compozitie  $x * y = xy - 3(x+y) + 12$ ,  $(\forall) x, y \in \mathbf{R}$ .

a) Demonstrati ca  $G = [3, +\infty)$  este parte stabila a lui  $\mathbf{R}$  in raport cu legea de compozitie " $*$ ".

b) Demonstrati ca " $*$ " este asociativa pe  $\mathbf{R}$ .

c) Calculati expresia  $E = 1 * 2 * \dots * 2018$ .

Subiectul III(30 puncte)

1. Se considera functia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = (x-1)(x-2)e^x + 2$

a) Calculati  $f'(2)$ .

b) Calculati  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{f(x)-2}{f(x+1)-2} \right)^x$ .

c) Scrieti ecuatia tangentei la graficul functiei  $f$  in punctul de abscisa 1.

2. a) Calculati  $I = \int 2xe^{2x} dx$ ,  $x \in \mathbf{R}$  si  $J = \int \frac{2x+1}{x^2-1} dx$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .

Fie  $F$  o primitiva a functiei  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 1 - \ln x$ .

b) Studiati monotonia functiei  $F$ .

c) Demonstrati ca  $F$  nu are puncte inflexiune.