

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, litera corespunzătoare răspunsului corect. (40 de puncte)

- 4p** 1. Rezultatul calculului $3,4 \cdot 10 + 660 : 10$ este:
A. 69,4 B. 100 C. 694 D. 1000
- 4p** 2. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_1 = 1$ și $a_2 = 3$. Suma primilor patru termeni ai acestei progresii este egală cu:
A. 5 B. 7 C. 16 D. 17
- 4p** 3. Știind că $i^2 = -1$, numărul $a = \left(\frac{1}{1-i} - \frac{1}{1+i} \right)^2$ este egal cu:
A. -1 B. -i C. i D. 1
- 4p** 4. Cel mai mare număr întreg m pentru care soluțiile ecuației $x^2 - 7x + m = 0$ sunt numere reale este egal cu:
A. 11 B. 12 C. $\frac{49}{4}$ D. 13
- 4p** 5. Numărul real a pentru care $3^a + 3^{a+1} + 3^{a+2} = 117$ este egal cu:
A. 9 B. 4 C. 3 D. 2
- 4p** 6. Dacă mulțimea M are exact 36 de submulțimi cu două elemente, atunci numărul de elemente ale mulțimii M este egal cu:
A. 8 B. 9 C. 18 D. 36
- 4p** 7. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,1)$, $B(3,-3)$ și $C(3,0)$. Ecuația medianei din C a triunghiului ABC este:
A. $y = x - 2$ B. $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ C. $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ D. $y = x - 3$
- 4p** 8. Numărul real $x \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]$ pentru care $\cos x \sin(\pi - x) - \sin x \cos(\pi + x) = 1$, este egal cu:
A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{5\pi}{4}$
- 4p** 9. Știind că determinantul matricei $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & m & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ este egal cu 3, numărul m este egal cu:
A. 6 B. 3 C. 0 D. -3
- 4p** 10. Se consideră polinomul $f = X^3 - 7X^2 + aX + 6$. Știind că polinomul f este divizibil cu $X - 1$, numărul real a este egal cu:
A. 7 B. 6 C. 1 D. 0

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(20 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 2a-1 & 1 \\ a-3 & a & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x + ay + z = 1 \\ 3x + (2a-1)y + z = 1 \\ (a-3)x + ay + z = 2a-1 \end{cases}$,

unde a este număr real.

- 5p** a) Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)) = 0$.

- 5p** b) Pentru $a = 1$, determinați soluțiile (x_0, y_0, z_0) ale sistemului pentru care $x_0^2 = y_0 z_0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 5(x - 1)(y - 1) + 1$.
- 5p** a) Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x * x * x < 26$.
- 5p** b) Determinați numărul natural nenul n pentru care $\frac{1}{n^2} * \frac{1}{(n+1)^2} * \frac{1}{(n+2)^2} = -19$.

SUBIECTUL al III-lea -- Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x - \frac{2(x-1)}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-2}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este perpendiculară pe dreapta de ecuație $y = x$.
- 5p** c) Demonstrați că $f\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 f(x) dx = 12$.
- 5p** b) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x}{f(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.
- 5p** c) Demonstrați că există un unic număr real x pentru care $\int_0^x e^{f(t)} dt = x$.

