**SĂ DESCOPERIM FRUMUSEŢEA MATEMATICII**

Prof. Rotariu Anişoara

Liceul „Regina Maria”, Dorohoi

Acest material se adresează în principal profesorilor de matematică, studenţilor la facultatea de matematică, precum şi elevilor din clasele a XI a şi a XII a de liceu, pentru pregătirea examenului de bacalaureat.

În cele ce urmează, în încercarea de a ne situa deasupra aridităţii uzuale a matematicii, prezentăm într-un mod interesant o problemă, deşirând firul logic al mai multor soluţii, motivând fiecare raţionament, cu speranţa că veţi descoperi frumuseţea ascunsă a matematicii.

**STUDIUL INEGALITĂŢILOR**

Să se demonstreze următoarea inegalitate:

**Soluţia 1.**

Fie f : ( -1; ∞) →, f(x)=. Evident, f este derivabilă şi avem:

. Din figură se observă că: , dacă x (-1;0) şi , dacă x(0;∞).

y = ex

0

Y

X

-1

Obţinem tabelul:

|  |  |
| --- | --- |
| x | -1 0 +∞ |
|  | |- - - - - - - - - - - - - - - 0 + + + + + + + + + + + + |
|  | | 0 |

Rezultă că

**Soluţia 2.**

Considerăm că funcţia f : (-1; +∞) , .

Derivata sa este

Pentru a stabili semnul acesteia trebuie să rezolvăm ecuaţia ceea ce este dificil de făcut. De aceea, procedăm cu cum am procedat mai sus cu f. Adică, calculăm f’’ care este dată de

şi observăm că

Din tabloul

|  |  |
| --- | --- |
| x | -1 +∞ |
|  | |+ + + + + + + + + + + + + + + + + + + + + + + |
|  | | -∞ +∞ |

deducem că are exact o rădăcină x1 şi

Pe de altă parte, se observă că zero este rădăcina funcţiei . Acum suntem în măsură să alcătuim tabloul:

|  |  |
| --- | --- |
| x | -1 0 +∞ |
|  | | - - - - - - - - - - - - - - - - 0 + + + + + + + + + + + |
|  | | 0 |

Aşadar

**Soluţie 3.**

Fie şi I intervalul deschis cu extremităţile 0 şi x. Considerăm funcţiile Ipotezele teoremei lui Chauchy fiind îndeplinite rezultă că există un punct c din interiorul intervalului I ,astefel încât

adică

Dacă atunci , deci 1+c > 1, de unde din care Deoarece rezultă că

Dacă atunci , deci 0 < 1 + c < 1, şi deci Aşadar

Deoarece rezultă că

Dacă x = 0, atunci inegalitatea se verifică (devine egalitate).

Deci

**Soluţie 4.**

Considerăm funcţia

Derivata sa este

Vom aplica funcţiei f teorema lui Lagrange pe un interval de extremităţi 0 şi x, cu . Rezultă că există un punct c între 0 şi x astfel încât

Dacă avem de unde Din (1) şi (2) şi cum obţinem

Dacă avem de unde Din (1) şi (3) şi cum obţinem

Dacă x = 0, atunci inegalitatea se verifică (devine egalitate).

Deci

**Soluţia 5.**

Fie funcţia Evident, f este derivabilă pe . Derivata sa este iar derivata a doua .

Întrucât atunci graficul lui f se află deasupra tangentei în orice punct.(1)

Ecuaţia tangentei în punctul este

Din (1) şi (2) rezultă că În particular, pentru obţinem: şi cu aceasta inegalitatea este demonstrată.

**Bibliografie**

* M. Ganga, Elemente de analiză matematică, Editura Mathpres, 1997
* Gh. Sireţchi, Calcul diferenţial şi integral, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică Bucureşti, 1995
* B. Demidovich, Problems in mathematical analysis, Moscova, 1976
* Colecţia “Gazeta matematicii”