Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)-\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x)<4$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(x^3+3\right)=\log_2 30$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4 și 5.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ și $N(-1,4)$. Determinați coordonatele punctului P, simetricul punctului N față de punctul M.
5p	**6.** Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AB=8$ și $m(\sphericalangle C)=30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy-2(x+y)+6$.
5p	**1.** Arătați că $1*2=2$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Arătați că $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**4.** Determinați numerele naturale n pentru care $n*n\le n$.
5p	**5.** Determinați numărul real x pentru care $\left(2^x*2^x\right)*2^x=10$.
5p	**6.** Determinați numerele raționale p și q, știind că $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}*\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}=p+q\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=0$.
5p	**2.** Arătați că $A\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**3.** Demonstrați că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$, pentru orice numere reale a și b.
5p	**4.** Determinați numerele reale t, știind că $M(t)\cdot M\left(t^2\right)=M(90)$.
5p	**5.** Arătați că inversa matricei I_2+A este matricea I_2-A.
5p	**6.** Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $(I_2+A)\cdot X=A-I_2$.

Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)-\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)=(3-1)-(2-1)=$	**3p**
	$=2-1=1$	**2p**
2.	$3x-2<4 \Leftrightarrow 3x<6$	**3p**
	$x\in(-\infty,2)$	**2p**
3.	$x^3+3=30 \Rightarrow x^3-27=0$	**3p**
	$x=3$, care convine	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 5 moduri	**2p**
	Cum cifrele sunt distincte, pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în 4 moduri, iar apoi cifra sutelor poate fi aleasă în 3 moduri, deci se pot forma $5\cdot 4\cdot 3=60$ de numere	**3p**
5.	Punctul M este mijlocul segmentului $NP \Rightarrow 2=\frac{-1+x_P}{2}$, de unde obținem $x_P=5$	**3p**
	$3=\frac{4+y_P}{2}$, de unde obținem $y_P=2$	**2p**
6.	$\sin C=\frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{8}{BC}$	**3p**
	$BC=16$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1*2=1\cdot 2-2(1+2)+6=$	**3p**
	$=2-6+6=2$	**2p**
2.	$x*y=xy-2x-2y+4+2=$	**2p**
	$=x(y-2)-2(y-2)+2=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*3=(x-2)(3-2)+2=x-2+2=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$3*x=(3-2)(x-2)+2=x-2+2=x=x*3$, pentru orice număr real x, deci $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$(n-2)(n-2)+2\le n \Leftrightarrow (n-2)(n-3)\le 0$	**3p**
	Cum n este număr natural, obținem $n=2$ sau $n=3$	**2p**
5.	$2^x*2^x=\left(2^x-2\right)^2+2$, $\left(2^x*2^x\right)*2^x=\left(2^x-2\right)^3+2$	**3p**
	$\left(2^x-2\right)^3+2=10 \Leftrightarrow 2^x-2=2 \Leftrightarrow x=2$	**2p**
6.	$\frac{2}{\sqrt{3}-1}*\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1}-2\right)^2+2=\left(\sqrt{3}-1\right)^2+2=6-2\sqrt{3}$	**3p**
	$6-2\sqrt{3}=p+q\sqrt{3}$, de unde obținem $p=6$ și $q=-2$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}-2 & 4\\ -1 & 2\end{vmatrix}=(-2)\cdot 2-(-1)\cdot 4=$	**3p**
	$=-4+4=0$	**2p**
2.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}(-2)(-2)+4\cdot(-1) & (-2)\cdot 4+4\cdot 2\\ (-1)(-2)+2\cdot(-1) & (-1)\cdot 4+2\cdot 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}4-4 & -8+8\\ 2-2 & -4+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
3.	$M(a)\cdot M(b)=(I_2+aA)(I_2+bA)=I_2+aA+bA+abA\cdot A=$	**3p**
	$=I_2+(a+b)A+abO_2=I_2+(a+b)A=M(a+b)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
4.	$M(t)\cdot M\left(t^2\right)=M\left(t+t^2\right)$	**2p**
	$M\left(t+t^2\right)=M(90)\Rightarrow t^2+t-90=0$, de unde obținem $t=-10$ sau $t=9$	**3p**
5.	$(I_2+A)(I_2-A)=I_2-A+A-A\cdot A=I_2$	**2p**
	$(I_2-A)(I_2+A)=I_2+A-A-A\cdot A=I_2$, deci matricea I_2-A este inversa matricei I_2+A	**3p**
6.	$X=(I_2+A)^{-1}\cdot(A-I_2)$	**2p**
	$X=2A-I_2\Rightarrow X=\begin{pmatrix}-5 & 8\\ -2 & 3\end{pmatrix}$	**3p**