



ȘCOALA GIMNAZIALĂ „ION PILLAT” PITEȘTI  
NTRAREA RAHOVEI, NR. 6  
TEL./ FAX: 0248/211959  
E-mail: scoala3pitesti@yahoo.com

**CONCURSUL JUDETEAN DE MATEMATICA „SORIN SIMION”**

**PITESTI, 14 APRILIE 2018**

**CLASA a IV-a**

1. Aflați numărul natural “a” :

a)  $260 : \{ [a - 2x(44 + 98)] \times 3 - 40 \} = 3 \text{ rest } 2$

b)  $100 - [a + (a : 2 + 4) + 2 \times a] = 12$



(7 puncte)

2. Dacă ștergem ultima cifră a unui nr. natural obținem un nr. cu 653 mai mic decât numărul dat. Aflați acest număr.

(7 puncte)

3. Diana și-a propus să citească o carte. Dacă ar citi câte 15 pagini pe zi, ar termina-o într-un anumit nr. de zile. Diana citește însă doar în prima zi 15 pagini, iar în următoarele zile citește câte 18 pagini pe zi. Astfel, ea termina de citit cartea cu 2 zile mai devreme decât și-a propus. Câte pagini are cartea?

(7 puncte)

4. Ilie și Maria iau pe rând bomboane dintr-o cutie. Ilie ia o bomboană, Maria ia 2, Ilie ia 3, Maria ia 4 și așa mai departe. Când numărul bomboanelor din cutie este mai mic sau egal decât cel necesar, atunci cel căruia îi vine rândul ia toate bomboanele rămase.

Câte bomboane au fost dacă Ilie a luat în total 101 bomboane?

Timp de lucru: 2 ore

**Concursul județean „Sorin Simion”**  
**14 aprilie 2018**  
**Clasa a IV-a**  
**Barem**

**Subiectul 1**

**a)**

$$260: \{[a - 2 \times (44 + 98)] \times 3 - 40\} = 3 \text{ rest } 2$$

$$260: [(a - 2 \times 142) \times 3 - 40] = 3 \text{ rest } 2$$

$$260: [(a - 284) \times 3 - 40] = 3 \text{ rest } 2$$

$$(a - 284) \times 3 - 40 = (260 - 2): 3$$

$$(a - 284) \times 3 - 40 = 258: 3$$

$$(a - 284) \times 3 = 86 + 40$$

$$a - 284 = 126: 3$$

$$a - 284 = 42$$

$$a = 42 + 284$$

$$a = 326$$



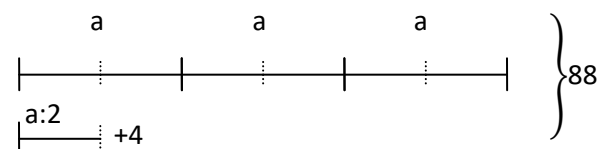
*6 operații × 0.5 puncte = 3 puncte*

**b)**

$$100 - [a + (a: 2 + 4) + 2 \times a] = 12$$

$$a + (a: 2 + 4) + 2 \times a = 100 - 12$$

$$3a + (a: 2 + 4) = 88$$



$$7p + 4 = 88$$

$$7p = 88 - 4$$

$$7p = 84$$

$$1p = 84: 7 = 12 \text{ (jumătatea lui „a”)}$$

$$a = 12 \times 2 = 24$$

$$a = 24$$

*3 operații × 1 punct = 3 puncte*

*„a” = 1 punct*

**Total=7 puncte**

**Subiectul 2**

$$\overline{abc} - 653 = \overline{ab}$$

$$\overline{abc} = \overline{ab} + 653$$

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

$$\overline{ab} = 10a + b$$

$$100a + 10b + c = 10a + b + 653$$

$$90a + 9b + c = 653$$

$$\underline{a = 7}$$

$$90 \times 7 + 9b + c = 653$$

$$630 + 9b + c = 653$$

$$9b + c = 653 - 630$$

$$9b + c = 23$$

$$\underline{b = 2}$$

$$9 \times 2 + c = 23$$

$$18 + c = 23$$

$$c = 23 - 18$$

$$\underline{c = 5}$$

$$\overline{abc} = 725$$



„a” = 2 puncte

„b” = 2 puncte

„c” = 2 puncte

„abc” = 1 punct

**Total=7 puncte**

**Subiectul 3**

I

15 15    15 15 15

Z Z ... Z Z Z

II

15 18    18

Z Z ... Z Z Z

1. Câte probleme ar rezolva în ultimele două zile?  
 $15 \times 2 = 30$  probleme
2. Care este diferența de probleme rezolvate pe zi?  
 $18 - 15 = 3$  probleme
3. În câte zile rezolvă câte 18 probleme pe zi?  
 $30 : 3 = 10$  zile
4. Câte pagini are cartea?  
 $18 \times 10 + 15 = 180 + 15 = 195$  pagini

3 operații  $\times$  2 puncte = 6 puncte

nr. pagini = 1 punct

**Total=7 puncte**

#### Subiectul 4

$$I = 1 \ 3 \ 5 \dots = 101 \text{ b total}$$

$$M = 2 \ 4 \ 6 \dots$$

Presupunem că au luat de 20 de ori, în total

Atunci:

$$I = 1 + 3 + 5 + \dots + 19$$

$$M = 2 + 4 + 6 + \dots + 20$$

$$I = 1 + 3 + 5 + \overbrace{7 + 9 + 11 + 13}^{20} + 15 + 17 + 19$$
  
$$\underbrace{\hspace{10em}}_{20}$$

$$I = 5 \times 20 = 100$$

$$M = 2 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 10)$$

$$M = 2 \times (10 \times 11 : 2)$$

$$M = 2 \times (110 : 2) = 110$$

*I* a luat ultima bomboană

$$\text{Total bomboane: } (100 + 1) + 110 = 101 + 110 = 211 \text{ bomboane}$$



$$I = 3 \text{ puncte}$$

$$M = 3 \text{ puncte}$$

$$\text{Total bomboane} = 1 \text{ punct}$$

$$\text{Total} = 7 \text{ puncte}$$







Concursul județean de matematica „ Sorin Simion”

Pitesti, 14 aprilie 2018

Clasa a V-a



- Determinati numerele naturale  $\overline{abc}$  pentru care exista numarul natural „n” astfel încât :  
 $\overline{abc} = \overline{ca}^n$ .
- Se împarte numarul  $a = 4 + 47 + 477 + \dots + \underbrace{477 \dots 7}_{2010 \text{ cifre}}$  la 43.
  - Verificati daca  $4 \underbrace{77 \dots 7}_n = 43 \cdot \underbrace{111 \dots 1}_n + 4$ .
  - Determinati restul împărțirii.
  - Determinati ultimele doua cifre ale câtului.
- Demonstrați ca un numar natural care se scrie în baza 10 folosind doar cifrele 1, 3 și 5 nu poate fi pătrat perfect.
  - Numarul natural „n” se numește „generos” daca suma cifrelor lui  $n$  este mai mare decât suma cifrelor lui  $n+2$ . Aflați suma tuturor numerelor „generoase” de două cifre.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timp de lucru 2 ore.
- Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

**CLASA A 5-A**

**Barem de corectare**

1. Dacă  $n=0 \Rightarrow \overline{ca}^n = 1 \neq \overline{abc}$ .....1p

Dacă  $n=1 \Rightarrow \overline{ca}^n = \overline{ca} \neq \overline{abc}$ .....1p

$a \neq 0 \Rightarrow \overline{ca} \geq 11 > 10 \Rightarrow$  dacă  $n \geq 3, \overline{ca}^n > 10^n \geq 10^3 = 1000 \Rightarrow \overline{ca}^n \neq \overline{abc}$ .....1p

Dacă  $n=2$ , avem  $\overline{abc} = \overline{ca}^2$ ;  $11 \leq \overline{ca} \leq 31$ , deci  $c \in \{1, 2, 3\}$ . Dar  $\overline{abc} = pp$ , deci  $c=1$ .....1p

Avem  $\overline{ab1} = \overline{1a}^2 \Rightarrow a \in \{1, 9\}$ .....1p

Dacă  $a=1$ , obținem  $11^2 = 121 \Rightarrow \overline{abc} = 121$

Dacă  $a=9$ , obținem  $19^2 = 361$  care nu convine.....1p

Finalizare.....1p

2. a)  $43 \cdot \underbrace{11 \dots 1}_{n \text{ cifre}} + 4 = 477 \dots 73 + 4 = 4777 \dots 7$ .....1p

b)  $a = 4 + (43 \cdot 1 + 4) + (43 \cdot 11 + 4) + \dots + (43 \cdot \underbrace{11 \dots 1}_{2010} + 4) = 43(1 + 11 + \dots + 11 \dots 1) +$

$+ 4 \cdot 2011$ .....1p

Deci restul împărțirii lui  $a$  la 43 este restul împărțirii lui  $4 \cdot 2011$  la 43.....1p

Restul este 3.....1p

c)  $a = 43(1 + 11 + \dots + \underbrace{11 \dots 1}_{2010} + 187) + 3$ .....1p

Catul este  $1 + 11 + \dots + \underbrace{11 \dots 1}_{2010} + 187$ .....1p

Ultimele 2 cifre ale sumei  $1 + 11 + \dots + \underbrace{11 \dots 1}_{2010}$  sunt 00  $\Rightarrow$  ultimele două cifre ale catului : 87....1p

3.a) Dacă ultima cifră este 3 numărul nu poate fi p.p. ....1p

Dacă ultima cifră este 5, pentru ca nr. să fie p.p. ar trebui să se termine cu 25, dar cifra zecilor nu poate fi 2.....1p

Dacă ultima cifră e 1, atunci pentru a fi p.p. trebuie să fie  $M_4 + 1$ , adică penultima cifră pară, ceea ce nu se poate.....1p

b) Numărul  $\overline{ab}$  este „generos” dacă este de forma  $\overline{a8}$  sau  $\overline{a9} \Rightarrow a + 2$  este de forma  $\overline{(a + 1)0}$  sau  $\overline{(a + 1)1}$ , a cifră nenulă.....2p

Suma căutată  $(18 + 28 + 38 + \dots + 98) + (19 + 29 + 39 + \dots + 99) = 1053$ .....2p.





Concursul județean de matematica „ Sorin Simion”

Pitesti, 14 aprilie 2018

Clasa a VI-a



1. Fie  $a, b, c$  numere raționale pozitive astfel încat  $abc=1$ . Dacă  $2a+\frac{1}{bc}$ ,  $2b+\frac{1}{ac}$ ,  $2c+\frac{1}{ab}$  sunt numere naturale, găsiți toate tripletele  $(a, b, c)$  care satisfac cerințele problemei.
2. Să se determine numerele naturale  $x, y, z$ ,  $x \neq 0$ ,  $z \neq 0$  astfel încat  $x! = y^{2018z} + 1$ , unde  $x! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ .
3. Se considera triunghiul isoscel  $ABC$  cu  $AB=AC$  și  $m(\sphericalangle BAC)=100^\circ$ . Considerăm punctul  $D$  în semiplanul determinat de dreapta  $AB$ , ce nu conține punctul  $C$ , astfel încat  $DC=BC$ , iar  $m(\sphericalangle BCD) = 20^\circ$ . Determinați  $m(\sphericalangle DAB)$ .

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timp de lucru 2 ore.
3. Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

CLASA A 6-A

Barem de corectare:

1.  $2a+a=3a \in \mathbb{N} \Rightarrow a = \frac{k}{3}, k \in \mathbb{N}; 3b \in \mathbb{N} \Rightarrow b = \frac{p}{3}, p \in \mathbb{N}; 3c \in \mathbb{N} \Rightarrow c = \frac{q}{3}, q \in \mathbb{N} \dots\dots\dots 2p$   
 $Cum abc=1 \Rightarrow kpq=27 \dots\dots\dots 1p$   
 $(k, p, q) \in \{(1,3,9); (1,9,3); (3,1,9); (3,9,1); (9,1,3); (9,3,1); (3,3,3);$   
 $(1,1,27); (1,27,1); (27,1,1)\} \dots\dots\dots 2p$   
 $(a,b,c) \in \{(\frac{1}{3}, 1,3); (\frac{1}{3}, 3,1); (1, \frac{1}{3}, 3); (1,3, \frac{1}{3}); (3, \frac{1}{3}, 1); (3,1, \frac{1}{3}); (1,1,1); (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 9); (\frac{1}{3}, 9, \frac{1}{3});$   
 $(9, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})\} \dots\dots\dots 2p$
2.  $X=1 \Rightarrow 1 = y^{2018z} + 1 \Rightarrow y = 0, z \in \mathbb{N}^* \dots\dots\dots 1p$   
 $X=2 \Rightarrow 2 = y^{2018z} + 1 \Rightarrow y = 1, z \in \mathbb{N} \dots\dots\dots 1p$   
 $X \geq 3 \Rightarrow (x!) : 3 \dots\dots\dots 1p$   
 -daca  $y=3k, k \in \mathbb{N} \Rightarrow y^{2018z} + 1 = M_3 + 1 \dots\dots\dots 1p$   
 -daca  $y=3k+1, k \in \mathbb{N} \Rightarrow y^{2018z} + 1 = M_3 + 2 \dots\dots\dots 1p$   
 -daca  $y=3k+2, k \in \mathbb{N} \Rightarrow y^2 = M_3 + 1 \Rightarrow y^{2018z} + 1 = M_3 + 2 \dots\dots\dots 1p$   
 Finalizare  $\dots\dots\dots 1p$
3.  $\Delta ABC$  isoscel  $\Rightarrow m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C) = 40^\circ \dots\dots\dots 1p$   
 $\Delta CDB$  isoscel  $\Rightarrow m(\sphericalangle DBC) = m(\sphericalangle CDB) = 80^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle DBA) = 40^\circ = m(\sphericalangle ABC) \Rightarrow [BA$   
 bisectoarea  $(\sphericalangle DBC) \dots\dots\dots 1p$   
 $BD \cap CA = \{E\}$ . În  $\Delta EBC$ ,  $BA$  și  $CD$  bisectoare,  $CD \cap BA = \{I\} \Rightarrow EI$  bisectoarea  $\sphericalangle(BEC) \dots\dots\dots 1p$   
 Construim  $IM \perp EB$  și  $IN \perp EC \Rightarrow IM = IN \dots\dots\dots 1p$   
 $\Delta IMD \equiv \Delta INA$  (c. u.)  $\Rightarrow ID = IA \Rightarrow \Delta IAD$  isoscel  $\dots\dots\dots 1p$   
 $m(\sphericalangle DIA) = m(\sphericalangle BIC) = 120^\circ \Rightarrow$   
 $m(\sphericalangle IAD) = m(\sphericalangle IDA) = \frac{1}{2}(180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ \dots\dots\dots 1p$   
 Finalizare,  $m(\sphericalangle DAB) = m(\sphericalangle DAI) = 30^\circ \dots\dots\dots 1p$



Concursul județean „Sorin Simion”  
14 aprilie 2018

Clasa a VII-a



**Subiectul I**

Fie numerele reale

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017}+\sqrt{2016}} \text{ și } b = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{1}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}} + \dots + \frac{\sqrt{2017}-\sqrt{2016}}{\sqrt{2017}\cdot\sqrt{2016}}$$

- Determinați raportul numerelor  $a$  și  $b$ .
- Calculați partea întreagă a acestui raport.

**Subiectul II**

- Determinați  $x \in \mathbb{Z}$ , astfel încât  $\frac{x^2+x+1}{2x+1} \in \mathbb{Z}$ .
- Arătați că mulțimea  $A = \{x \mid x = [(\sqrt{n} + \sqrt{n+1})^2], n \in \mathbb{N}\}$  conține o infinitate de numere naturale pătrate perfecte (se notează cu  $[n]$  partea întreagă a lui  $n$ ).

**Subiectul III**

Fie  $ABCD$  un dreptunghi,  $M$  mijlocul laturii  $AD$  și  $P \in (BM)$  astfel încât  $DP = DC$ .  
Știind că  $m(\sphericalangle APM) = 45^\circ$ , demonstrați că  $ABCD$  este pătrat.

GM nr. 2/2018

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timp de lucru 2 ore.
- Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

**Concursul județean „Sorin Simion”  
14 aprilie 2018**

**Clasa a VII-a  
Barem**



**Subiectul I**

a)

$a = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017} + \sqrt{2016}}$ <p>Raționalizează și obține</p> $a = \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{2017} - \sqrt{2016} = \sqrt{2017} - 1$	2p
$b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{1}} - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{1}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} + \dots + \frac{\sqrt{2017}}{\sqrt{2017} \cdot \sqrt{2016}} - \frac{\sqrt{2016}}{\sqrt{2017} \cdot \sqrt{2016}}$ $b = \frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2016}} - \frac{1}{\sqrt{2017}}$ $b = 1 - \frac{1}{\sqrt{2017}} = \frac{\sqrt{2017} - 1}{\sqrt{2017}}$	2p
<p>Calculează raportul <math>\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2017} - 1}{\frac{\sqrt{2017} - 1}{\sqrt{2017}}} = \sqrt{2017}</math></p>	1p

b)

$\sqrt{44^2} < \sqrt{2017} < \sqrt{45^2}$ , deci $[\sqrt{2017}] = 44$	2p
---	----

**Subiectul II**

a)

$\frac{x^2+x+1}{2x+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{1}{2}$ și $(2x+1) (x^2+x+1)$	1p
$(2x+1) (4x^2+4x+4) \Rightarrow (2x+1) [(2x+1)^2+3] \Rightarrow (2x+1) 3$	1p
$\Rightarrow (2x+1) \in \{3, -3, 1, -1\} \Rightarrow 2x \in \{2, -4, 0, -2\} \Rightarrow x \in \{1, -2, 0, -1\}$	1p

b)

<p>Fie <math>x \in A</math>, deci <math>x = \left[ (\sqrt{n} + \sqrt{n+1})^2 \right] = \left[ 2n + 1 + 2\sqrt{n(n+1)} \right] = 2n + 1 + [\sqrt{4n^2 + 4n}]</math></p>	1p
<p>Avem <math>4n^2 \leq 4n^2 + 4n &lt; 4n^2 + 4n + 1 \Rightarrow \sqrt{4n^2} \leq \sqrt{4n^2 + 4n} &lt; \sqrt{(2n+1)^2}</math>  <math>\Rightarrow 2n \leq \sqrt{4n^2 + 4n} &lt; 2n + 1</math>, deci <math>[\sqrt{4n^2 + 4n}] = 2n</math></p>	1p
<p>Obținem <math>x = 2n + 1 + 2n = 4n + 1</math>, deci <math>A = \{x \mid x = 4n + 1, n \in \mathbb{N}\}</math>          Dacă <math>n = k(k+1)</math>, <math>k \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 4k^2 + 4k + 1 \Rightarrow x = (2k+1)^2</math>          Deci <math>A</math> conține o infinitate de numere naturale pătrate perfecte</p>	2p

**Subiectul III**

<p>Fie <math>MB \cap CD = \{E\}</math>  <math>M \in (AD) \Rightarrow DM \parallel BC</math>  <math>(DM) \equiv (MA) \Rightarrow DM = \frac{BC}{2}</math> } <math>\Rightarrow DM</math> linie mijlocie în <math>\triangle CEB \Rightarrow (DE) \equiv (DC)</math></p>	2p
<p><math>(PD) \equiv (DC)</math>  <math>(DC) \equiv (DE)</math> } <math>\Rightarrow PD = \frac{CE}{2} = CD = DE \Rightarrow m(\sphericalangle CPE) = 90^\circ</math></p>	1p
<p><math>m(\sphericalangle DPM) = x = m(\sphericalangle DEP) \Rightarrow m(\sphericalangle PDC) = 2x \Rightarrow m(\sphericalangle ADP) = 90^\circ - 2x</math></p>	1p
<p>În <math>\triangle DAP</math>, <math>m(\sphericalangle DAP) = 180^\circ - (90^\circ - 2x + x + 45^\circ)</math>  <math>m(\sphericalangle DAP) = 45^\circ + x = m(\sphericalangle DPA)</math></p>	2p
<p><math>(AD) \equiv (DP)</math>  <math>(DP) \equiv (DC)</math> } <math>\Rightarrow (AD) \equiv (DC) \Rightarrow ABCD</math> pătrat</p>	1p







Concursul județean „Sorin Simion”  
14 aprilie 2018

Clasa a VIII-a



**Subiectul I**

- a) Fie  $a$  și  $b$  numere reale nenule. Dacă  $a + \frac{1}{a} = m$ ,  $b + \frac{1}{b} = n$  și  $ab + \frac{1}{ab} = p$ , demonstrați că  $m^2 + n^2 + p^2 - mnp$  este număr natural.
- b) Fie  $x$ ,  $y$  și  $z$  numere reale pentru care sunt adevărate relațiile  $x = \sqrt{1 - 2yz}$ ,  $y = \sqrt{1 - 2xz}$  și  $z = \sqrt{1 - 2xy}$ . Calculați  $x + y + z$ .

**Subiectul II**

Se consideră expresia  $E(x, y, z) = \frac{x+y}{2+z} + \frac{y+z}{2+x} + \frac{z+x}{2+y}$ ,  $x, y, z \in [1; 2]$ .  
Demonstrați că  $2 \leq E(x, y, z) \leq 3$ .

**Subiectul III**

$\Delta ABC$  isoscel,  $AB = BC = 25 \text{ cm}$  și  $AC = 20\sqrt{2} \text{ cm}$  are latura  $BC \subset \alpha$  și  $A \notin \alpha$ .  
Proiecția pe planul  $\alpha$  a  $\Delta ABC$  este  $\Delta A'BC$  dreptunghic.

- a) Demonstrați că  $\Delta A'BC$  are unghiul drept în vârful  $A'$ .
- b) Calculați distanța de la  $A'$  la planul  $(ABC)$ .
- c) Fie  $P \in [AB]$  și  $Q \in [A'C]$ . Arătați că  $PQ \geq 12 \text{ cm}$ .

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timp de lucru 2 ore.
3. Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

**Concursul județean „Sorin Simion”  
14 aprilie 2018**

**Clasa a VIII-a  
Barem**



**Subiectul I**

a)

$m^2 = a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}$ $n^2 = b^2 + 2 + \frac{1}{b^2}$ $p^2 = a^2b^2 + 2 + \frac{1}{a^2b^2}$	2p
$mnp = \left(a + \frac{1}{a}\right) \left(b + \frac{1}{b}\right) \left(ab + \frac{1}{ab}\right) = a^2b^2 + 2 + a^2 + b^2 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2b^2}$	1p
$m^2 + n^2 + p^2 - mnp = 4 \in \mathbb{N}$	1p

b)

$x^2 = 1 - 2yz$ $y^2 = 1 - 2xz$ $z^2 = 1 - 2xy$	1p
$\text{Din } (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) \Rightarrow (x + y + z)^2 = 3$ $\Rightarrow x + y + z = \pm\sqrt{3}$	1p
$\text{Dar, din enunț } x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \Rightarrow x + y + z = \sqrt{3}$	1p

**Subiectul II**

a)

$x \geq 1, y \geq 1 \Rightarrow x + y \geq 2 \Rightarrow x + y + z \geq 2 + z \Rightarrow \frac{1}{2+z} \geq \frac{1}{x+y+z}$ $\Rightarrow \frac{x+y}{2+z} \geq \frac{x+y}{x+y+z}$	2p
$\text{Analog se demonstrează } \frac{y+z}{2+x} \geq \frac{y+z}{x+y+z} \text{ și } \frac{z+x}{2+y} \geq \frac{z+x}{x+y+z}$	1p
$\text{Adunând aceste relații } \Rightarrow E(x, y, z) = \frac{x+y}{2+z} + \frac{y+z}{2+x} + \frac{z+x}{2+y} \geq \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2$	1p
$\text{Din } x \leq 2 \Rightarrow x + z \leq 2 + z \Rightarrow \frac{1}{2+z} \leq \frac{1}{x+z} \Rightarrow \frac{x}{2+z} \leq \frac{x}{x+z}$	1p
$\text{Analog se demonstrează } \frac{y}{2+z} \leq \frac{y}{y+z}, \frac{y}{2+x} \leq \frac{y}{y+x}, \frac{z}{2+x} \leq \frac{z}{z+x}, \frac{z}{2+y} \leq \frac{z}{z+y} \text{ și } \frac{x}{2+y} \leq \frac{x}{x+y}$	1p
$E(x, y, z) = \frac{x+y}{2+z} + \frac{y+z}{2+x} + \frac{z+x}{2+y} = \frac{x}{2+z} + \frac{y}{2+z} + \frac{y}{2+x} + \frac{z}{2+x} + \frac{z}{2+y} + \frac{x}{2+y} \leq$ $\leq \frac{x}{x+z} + \frac{y}{y+z} + \frac{y}{y+x} + \frac{z}{z+x} + \frac{z}{z+y} + \frac{x}{x+y} = \frac{x+y}{x+y} + \frac{y+z}{y+z} + \frac{x+z}{x+z} = 3$	1p

**Subiectul III**

a)

$\text{Demonstrează că } \Delta ABC \text{ nu e dreptunghic}$	1p
---	----

Dacă $m(\sphericalangle A'BC) = 90^\circ \Rightarrow$ (aplicând $T.3 \perp$ ) $AB \perp BC$ (fals) deoarece $\Delta ABC$ nu e dreptunghic Dacă $m(\sphericalangle A'CB) = 90^\circ \Rightarrow$ (aplicând $T.3 \perp$ ) $AC \perp CB$ (fals) deoarece $\Delta ABC$ nu e dreptunghic  $\Rightarrow m(\sphericalangle BA'C) = 90^\circ$	1p
b) $AA' = x, A'B^2 = 625 - x^2, A'C^2 = 800 - x^2$ $\Delta A'BC$ dreptunghic $\Rightarrow 625 - x^2 + 800 - x^2 = 625 \Rightarrow x = 20$ $AA' = 20 \text{ cm}, A'B = 15 \text{ cm}, A'C = 20 \text{ cm}$	1p
$A'D \perp BC \Rightarrow$ (aplicând $T.3 \perp$ ) $AD \perp BC$	1p
Ducem $A'H \perp A'D$ , demonstrează că $A'H \perp (ABC)$ și $A'H = \frac{30\sqrt{34}}{17}$	1p
c) Fie $A'R \perp AB \Rightarrow A'R = d(AB, A'C) = 12 \text{ cm}$	1p
$PQ \geq A'R$	1p