CONCURSUL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR DECLARATE VACANTE/REZERVATE ÎN UNITĂȚILE DE ÎNVĂŢĂMÂNT PREUNIVERSITAR

11 iulie 2018

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 3

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2+(m-1)x+m+2$, unde m este număr real nenul.

5p **a)** Pentru $m=3$, rezolvați ecuația $f(x)=10$.

5p **b)** Determinaţi numerele reale nenule m, știind că distanța de la vârful parabolei asociate funcției f la axa Oy este egală cu 1.

5p **c)** Pentru $m=2$, rezolvați ecuația $(f\circ f)(x)=(f\circ f)(-1)$.

2. Se consideră o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu $VA=10$ cm și $AB=10$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB, respectiv BC.

5p **a)** Calculaţi aria totală a piramidei $VABCD$.

5p **b)** Demonstrați că $VB\perp(MNP)$, unde $P\in VB$ astfel încât $MP\perp VB$.

5p **c)** Determinați sinusul unghiului dintre planele (VAD) și (VBC).

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră x_1, x_2, x_3 și x_4 rădăcinile polinomului $f=X^4+mX^3+3X^2-2X+1$, unde m este număr real.

5p **a)** Determinați numărul real m, știind că restul împărțirii polinomului f la polinomul $X+1$ este egal cu 3.

5p **b)** Demonstrați că $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}=2$, pentru orice număr real m.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice număr real m, polinomul f **nu** are toate rădăcinile numere reale.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\ln^2 x}{x}$.

5p **a)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

5p **b)** Calculați $\int_1^e f(x)\,dx$.

5p **c)** Demonstrați că $x^{\sqrt{x+1}}>(x+1)^{\sqrt{x}}$, pentru orice $x\in(e^2,+\infty)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Următoarea secvenţă face parte din programa şcolară de matematică pentru clasa a IX-a (4 ore).

Competenţe specifice	Conţinuturi
1. ***Diferenţierea***, *prin exemple, a variaţiei liniare de cea pătratică* 2. ***Completarea*** *unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcţiei de gradul al II-lea* 3. ***Aplicarea*** *unor algoritmi pentru trasarea graficului funcţiei de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)* 4. ***Exprimarea*** *proprietăţilor unei funcţii prin condiţii algebrice sau geometrice* 5. ***Utilizarea*** *relaţiilor lui Viète pentru caracterizarea soluţiilor ecuaţiei de gradul al II-lea şi pentru rezolvarea unor sisteme de ecuaţii* 6. ***Utilizarea*** *funcțiilor în rezolvarea unor probleme și în modelarea unor procese*	***Funcţia de gradul al II-lea*** • *Reprezentarea grafică a funcţiei* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax^2+bx+c$, *cu* $a,b,c\in\mathbb{R}$ *și* $a\neq 0$, *intersecţia graficului cu axele de coordonate, ecuaţia* $f(x)=0$, *simetria faţă de drepte de forma* $x=m$, *cu* $m\in\mathbb{R}$ • *Relaţiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma* $\begin{cases} x+y=s \\ xy=p \end{cases}$, *cu* $s,p\in\mathbb{R}$

(Programa şcolară de matematică, OMECI nr. 5099/09.09.2009)

Prezentați o activitate didactică desfășurată în cadrul procesului de predare-învățare-evaluare, în vederea formării/dezvoltării a trei competențe specifice precizate în secvența de mai sus, având în vedere următoarele aspecte:

- precizarea formei de organizare a activității didactice;
- menționarea unei metode de învățare centrate pe elev care poate fi utilizată în cadrul activității didactice propuse;
- detalierea activității didactice propuse prin exemplificarea modului în care metoda de învățare menționată favorizează formarea/dezvoltarea a trei competențe specifice din secvența dată;
- identificarea unei caracteristici a relației profesor-elev în contextul metodei de învățare pe care ați menționat-o;
- menționarea unei metode alternative de evaluare pentru unitatea de învățare *Funcția de gradul al II-lea,* precizând două avantaje și o limită ale utilizării acestei metode de evaluare;
- elaborarea a trei itemi: un *item de tip completare,* un *item de tip alegere multiplă* şi un *item de tip rezolvare de probleme* în vederea evaluării formării/dezvoltării a trei competenţe specifice din secvența dată.

Notă. Pentru fiecare dintre itemii elaborați se punctează respectarea formatului itemului, corectitudinea răspunsului aşteptat (baremul de evaluare) și corectitudinea științifică a informaţiei de specialitate.

CONCURSUL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR DECLARATE VACANTE/REZERVATE ÎN UNITĂŢILE DE ÎNVĂŢĂMÂNT PREUNIVERSITAR

11 iulie 2018

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 3

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**a)** $f(x)=3x^2+2x+5$ și $3x^2+2x+5=10 \Rightarrow 3x^2+2x-5=0$	**3p**
	$x_1=-\dfrac{5}{3}$, $x_2=1$	**2p**
	b) Distanța de la vârful parabolei la axa Oy este $\left\lvert-\dfrac{m-1}{2m}\right\rvert$	**2p**
	$\left\lvert-\dfrac{m-1}{2m}\right\rvert=1 \Leftrightarrow -\dfrac{m-1}{2m}=-1$ sau $-\dfrac{m-1}{2m}=1$, deci $m=-1$ sau $m=\dfrac{1}{3}$	**3p**
	c) $f(x)=2x^2+x+4$, deci $2f^2(x)+f(x)+4=59$	**2p**
	$f(x)=-\dfrac{11}{2} \Leftrightarrow 2x^2+x+\dfrac{19}{2}=0$, care nu are soluții în mulțimea numerelor reale	**1p**
	$f(x)=5 \Leftrightarrow 2x^2+x-1=0$, deci $x_1=-1$, $x_2=\dfrac{1}{2}$	**2p**
2.	**a)** ΔVAB este echilateral $\Rightarrow \mathcal{A}_{\Delta VAB}=25\sqrt{3}\,\text{cm}^2$, deci $\mathcal{A}_{laterală}=100\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**3p**
	$\mathcal{A}_{ABCD}=100\,\text{cm}^2$, deci $\mathcal{A}_{totală}=100\left(\sqrt{3}+1\right)\text{cm}^2$	**2p**
	b) $BM=BN$, $\sphericalangle PBM \equiv \sphericalangle PBN$ și $PB=PB \Rightarrow \Delta PMB \equiv \Delta PNB$	**2p**
	$m(\sphericalangle BPN)=90° \Rightarrow NP \perp VB$ și, cum $MP \perp VB$, $MP \cap NP=\{P\} \Rightarrow VB \perp (MNP)$	**3p**
	c) $AD \parallel BC$, $AD \subset (VAD)$ și $BC \subset (VBC) \Rightarrow AD \parallel BC \parallel d$, unde $d=(VAD)\cap(VBC)$	**1p**
	$VQ \perp AD$, unde Q este mijlocul lui AD și $VN \perp BC \Rightarrow \sphericalangle((VAD),(VBC))=\sphericalangle(VQ,VN)$	**2p**
	Cum $VN=VQ=5\sqrt{3}$ cm și $NQ=10$ cm, obținem $\sin(\sphericalangle(VQ,VN))=\sin(\sphericalangle QVN)=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Restul împărţirii polinomului f la polinomul $X+1$ este egal cu $f(-1)$	**2p**
	$f(-1)=3 \Leftrightarrow 7-m=3$, deci $m=4$	**3p**
	b) $x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4=2$, $x_1x_2x_3x_4=1$	**2p**
	$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}+\dfrac{1}{x_3}+\dfrac{1}{x_4}=\dfrac{x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4}{x_1x_2x_3x_4}=2$, pentru orice număr real m	**3p**

	c) Dacă x_1, x_2, x_3 și x_4 sunt numere reale, atunci $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}+\frac{1}{x_3^2}+\frac{1}{x_4^2}>0$	**2p**
	Cum $x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4=3$, obținem $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}+\frac{1}{x_3^2}+\frac{1}{x_4^2}=\frac{2^2-2\cdot 1\cdot 3}{1^2}=-2<0$, pentru orice număr real m, deci f **nu** are toate rădăcinile numere reale	**3p**
2.	**a)** $f'(x)=\frac{\ln x(2-\ln x)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$, deci $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$ sau $x=e^2$	**2p**
	$x\in(0,1]\Rightarrow f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $(0,1]$, $x\in\left[1,e^2\right]\Rightarrow f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $\left[1,e^2\right]$ și $x\in\left[e^2,+\infty\right)\Rightarrow f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $\left[e^2,+\infty\right)$	**3p**
	b) $\int_1^e f(x)dx=\int_1^e \ln^2 x\cdot(\ln x)'dx=\frac{1}{3}\ln^3 x\Big\vert_1^e=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}$	**2p**
	c) f este strict descrescătoare pe $\left(e^2,+\infty\right)\Rightarrow f(x)>f(x+1)$, pentru orice $x\in\left(e^2,+\infty\right)$	**2p**
	$\frac{\ln^2 x}{x}>\frac{\ln^2(x+1)}{x+1}\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{x}}\ln x>\frac{1}{\sqrt{x+1}}\ln(x+1)\Rightarrow\sqrt{x+1}\ln x>\sqrt{x}\ln(x+1)\Rightarrow\ln x^{\sqrt{x+1}}>\ln(x+1)^{\sqrt{x}}$, deci $x^{\sqrt{x+1}}>(x+1)^{\sqrt{x}}$, pentru orice $x\in\left(e^2,+\infty\right)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Precizarea formei de organizare a activității didactice	**2p**
Menționarea unei metode de învățare centrate pe elev	**1p**
Detalierea activității didactice propuse prin exemplificarea modului în care metoda de învățare menționată favorizează formarea/dezvoltarea a trei competențe specifice din secvența dată	**3p**
Identificarea unei caracteristici a relației profesor-elev în contextul metodei de învățare menționate	**2p**
Menționarea unei metode alternative de evaluare Precizarea a două avantaje și a unei limite ale utilizării metodei alternative de evaluare menționate	**1p** **3p**
Itemul de tip completare elaborat: - corectitudinea formatului itemului - corectitudinea răspunsului aşteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea ştiinţifică a informaţiei de specialitate	 **2p** **2p** **2p**
Itemul de tip alegere multiplă elaborat: - corectitudinea formatului itemului - corectitudinea răspunsului aşteptat (baremul de evaluare), inclusiv alegerea adecvată a distractorilor - corectitudinea ştiinţifică a informaţiei de specialitate	 **2p** **2p** **2p**
Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat: - corectitudinea formatului itemului - corectitudinea răspunsului aşteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea ştiinţifică a informaţiei de specialitate	 **2p** **2p** **2p**