Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 2

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătaţi că $2\cdot\left(0{,}1(6)+\frac{1}{3}\right)=1$.
5p	**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2x-2$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=a$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x^2+6}=5^{5x}$.
5p	**4.** Preţul unui obiect este 900 de lei. Determinaţi preţul obiectului după ce acesta se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$, $B(1,2)$ şi $C(-1,-2)$. Demonstraţi că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.
5p	**6.** Arătaţi că $\sin^2 30°+\sin^2 45°+\sin^2 60°=\frac{3}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2(x+y)+xy+2$.
5p	**1.** Arătaţi că $0*(-2)=-2$.
5p	**2.** Demonstraţi că $x*y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y.
5p	**3.** Verificaţi dacă $e=-1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale x, ştiind că $(x+1)*(x+1)=2$.
5p	**5.** Determinaţi numerele $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\lg x*\lg(2x)=-2$.
5p	**6.** Daţi exemplu de numere raţionale a şi b, care nu sunt întregi, pentru care numărul $a*b$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=aA+I_2$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătaţi că $\det A=2$.
5p	**2.** Demonstraţi că $\det(M(a))=(a+1)(2a+1)$, pentru orice număr real a.
5p	**3.** Determinaţi inversa matricei $M(-2)$.
5p	**4.** Arătaţi că $M(1)\cdot M(2)=3(A\cdot A+I_2)$.
5p	**5.** Demonstraţi că $\det(M(a)-2aA)\neq 1$, pentru orice număr întreg nenul a.
5p	**6.** Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X=\begin{pmatrix}0\\ -4\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$0{,}1(6)=\frac{15}{90}=\frac{1}{6}$	**3p**
	$2\cdot\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right)=2\cdot\frac{1}{2}=1$	**2p**
2.	$f(a)=2a-2$	**2p**
	$2a-2=a\Leftrightarrow a=2$	**3p**
3.	$x^2+6=5x\Leftrightarrow x^2-5x+6=0$	**3p**
	$x=2$ sau $x=3$	**2p**
4.	După prima ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $900-10\%\cdot 900=810$ lei	**3p**
	După a doua ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $810-10\%\cdot 810=729$ de lei	**2p**
5.	$AB=\sqrt{10}$, $AC=\sqrt{10}$, deci triunghiul ABC este isoscel	**3p**
	$BC=\sqrt{20}$, și cum $\left(\sqrt{20}\right)^2=\left(\sqrt{10}\right)^2+\left(\sqrt{10}\right)^2$, obținem că triunghiul ABC este dreptunghic	**2p**
6.	$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$\sin^2 30^\circ+\sin^2 45^\circ+\sin^2 60^\circ=\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$0*(-2)=2(0+(-2))+0\cdot(-2)+2=$	**3p**
	$=-4+2=-2$	**2p**
2.	$x*y=xy+2x+2y+4-2=$	**2p**
	$=x(y+2)+2(y+2)-2=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*(-1)=(x+2)(-1+2)-2=x+2-2=x$	**2p**
	$(-1)*x=(-1+2)(x+2)-2=x+2-2=x=x*(-1)$, pentru orice număr real x, deci $e=-1$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$(x+3)(x+3)-2=2\Leftrightarrow x^2+6x+5=0$	**3p**
	$x=-5$ sau $x=-1$	**2p**
5.	$(\lg x+2)(\lg(2x)+2)-2=-2\Rightarrow \lg x+2=0$ sau $\lg(2x)+2=0$	**3p**
	$x=\frac{1}{100}$ sau $x=\frac{1}{200}$, care convin	**2p**
6.	$a*b\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow(a+2)(b+2)\in\mathbb{Z}$	**2p**
	De exemplu, pentru $a+2=\frac{2}{3}\Leftrightarrow a=-\frac{4}{3}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ și $b+2=\frac{3}{2}\Leftrightarrow b=-\frac{1}{2}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$, obținem $a*b=-1$, care este număr întreg	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow \det A=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{vmatrix}=1\cdot 2-0\cdot 1=$	**3p**
	$=2-0=2$	**2p**
2.	$M(a)=a\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+1 & a\\ 0 & 2a+1\end{pmatrix}$	**3p**
	$\det(M(a))=\begin{vmatrix}a+1 & a\\ 0 & 2a+1\end{vmatrix}=(a+1)(2a+1)$, pentru orice număr real a	**2p**
3.	$M(-2)=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 0 & -3\end{pmatrix}\Rightarrow \det(M(-2))=3$	**2p**
	$M^{-1}(-2)=\begin{pmatrix}-1 & \frac{2}{3}\\ 0 & -\frac{1}{3}\end{pmatrix}$	**3p**
4.	$M(1)\cdot M(2)=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 2\\ 0 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 9\\ 0 & 15\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}2 & 3\\ 0 & 5\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot A+I_2=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 0 & 5\end{pmatrix}$, deci $M(1)\cdot M(2)=3(A\cdot A+I_2)$	**2p**
5.	$M(a)-2aA=I_2-aA=M(-a)\Rightarrow \det(M(a)-2aA)=(1-a)(1-2a)$	**2p**
	$(1-a)(1-2a)=1\Leftrightarrow 2a^2-3a+1=1\Leftrightarrow a(2a-3)=0$, ceea ce este imposibil dacă a este număr întreg nenul, deci $\det(M(a)-2aA)\neq 1$, pentru orice număr întreg nenul a	**3p**
6.	$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ -4\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=0\\ 2y=-4\end{cases}$	**2p**
	$x=2$ și $y=-2$, deci $X=\begin{pmatrix}2\\ -2\end{pmatrix}$	**3p**