

Gradul didactic II

Metodica predării matematicii  
Varianta 1

1. Considerăm următoarea problemă:

Fie  $a, b \in \mathbb{N}^*$  și  $d = (a, b)$  cel mai mare divizor comun al numerelor  $a$  și  $b$ . Arătați că cel mai mare divizor comun al polinoamelor  $X^a - 1$  și  $X^b - 1$  în  $\mathbb{C}[X]$  este  $X^d - 1$ .

a) Considerați două cazuri particulare ale problemei. Rezolvați problema pentru aceste cazuri.

b) Scrieți o listă de trei conținuturi, ce ar trebui să fie cunoscute anterior de către elevi pentru a putea rezolva problema. Justificați alegerea făcută.

c) Este important faptul că determinăm cel mai mare divizor comun al celor două polinoame peste corpul numerelor complexe? (De exemplu, dacă lucrăm peste corpul numerelor reale, sau peste corpul numerelor raționale, se schimbă rezultatul?) Justificare.

2. Fie funcțiile  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f_n(x) = \sqrt[n]{x^{2n-2} + x^{n-1} + 1}$$

unde  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ .

a) Determinați ecuațiile asimptotelor la graficul funcției  $f_2$ . Comentați, din punct de vedere metodic, dificultățile pe care le-ar putea întâmpina elevii în rezolvarea problemei.

b) Determinați punctele de extrem local ale funcției  $f_3$ . Dați exemple de greșeli pe care le-ar putea face elevii la determinarea punctelor de extrem.

c) Să se calculeze  $I = \int_{-1}^0 \frac{1}{f_2(x)} dx$ . Dați exemple de greșeli pe care le-ar putea face elevii la calculul

primitivei lui  $\frac{1}{f_2(x)}$

3. Considerăm următoarea problemă:

Fie  $\alpha_1, \alpha_2$  două plane paralele distincte și  $\mathcal{C}_i \subset \alpha_i, (i = 1, 2)$  două cercuri de centre respectiv  $O_1, O_2$  și raze  $R_1$  respectiv  $R_2$ . Presupunem că  $O_1O_2 \perp \alpha_1$ . Fie  $M_1 \in \mathcal{C}_1, M_2 \in \mathcal{C}_2$  puncte arbitrare și fie  $N = \text{mijlocul segmentului } M_1M_2$ .

i) Fie  $O_3 = \text{mijlocul segmentului } O_1O_2$  și fie  $\alpha = \text{planul paralel cu } \alpha_1 \text{ ce trece prin } O_3$ . Arătați că  $N \in \alpha$ .

ii) Arătați că are loc inegalitatea

$$\frac{|R_1 - R_2|}{2} \leq \|O_3N\| \leq \frac{R_1 + R_2}{2}.$$

a) Considerați două cazuri particulare ale problemei. Rezolvați problema pentru aceste cazuri.

b) Rezolvați problema (folosind eventual mai multe metode).

c) Precizați, în funcție de nivelul clasei la care ați rezolva problema din enunț, care ar fi soluțiile parțiale pe care estimați că le-ar da elevii.

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.