Simulare, Bacalaureat, 9 mai 2018
Proba E. c)
Matematică *M_mate_info*

Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătaţi că $\frac{2+i}{2-i}+\frac{2-i}{2+i}=\frac{6}{5}$, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x$. Calculaţi $(f\circ f)(\sqrt{2}-1)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x+3^{x+1}=3^{x-1}+1$.

5p **4.** Se consideră mulţimea $A=\{1,2,3,...,10\}$. Determinaţi numărul submulţimilor cu trei elemente ale mulţimii *A*, care conţin elementul 1.

5p **5.** În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $A(1,3)$, $B(2,2)$, $C(1,-3)$ şi $D(2,-2)$. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie al dreptelor *AB* şi *CD*.

5p **6.** Calculaţi sinusul unghiului obtuz al unui triunghi cu laturile de lungimi 4, 6 şi 8.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&a\\-2&-1&3\end{pmatrix}$ şi sistemul de ecuaţii $\begin{cases}x+y+2z=0\\x+2y+az=0\\-2x-y+3z=0\end{cases}$, unde *a* este număr real.

5p **a)** Arătaţi $\det A(9)=0$.

5p **b)** Determinaţi valorile reale ale lui *a*, pentru care sistemul are soluţie unică.

5p **c)** Demonstraţi că, dacă sistemul are soluţia (x_0,y_0,z_0), cu x_0, y_0 şi z_0 numere reale nenule, atunci are loc relaţia $-x_0+y_0+z_0=11(x_0+y_0+z_0)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+aX^2+8X+3$, unde *a* este număr real.

5p **a)** Determinaţi numărul real *a*, ştiind că $f(1)=0$.

5p **b)** Pentru $a=6$, determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului *f* la polinomul X^2+5X+3.

5p **c)** Demonstraţi că, dacă $a\in(-4,4)$, atunci polinomul *f* **nu** are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-3}{e^x}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{-x^2+2x+3}{e^x}, x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei *f* în punctul de abscisă –1, situat pe graficul funcţiei *f*.

5p **c)** Arătaţi că $-2e\le f(x)\le\frac{6}{e^3}$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.

2. Pentru fiecare număr natural *n* se consideră numărul $I_n=\int_0^1(1-x^2)^n dx$.

5p **a)** Arătaţi că $I_1=\frac{2}{3}$.

5p **b)** Demonstraţi că $I_{n+1}\le I_n$, pentru orice număr natural nenul *n*.

5p **c)** Demonstraţi că $(2n+3)I_{n+1}=2(n+1)I_n$, pentru orice număr natural nenul *n*.

Simulare, Bacalaureat, 9 mai 2018
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **30 puncte**

1.	$\frac{2+i}{2-i}+\frac{2-i}{2+i}=\frac{(2+i)^2+(2-i)^2}{4-i^2}=$ $=\frac{4+4i+i^2+4-4i+i^2}{5}=\frac{6}{5}$	2p 3p
2.	$(f\circ f)(\sqrt{2}-1)=f\left(f\left(\sqrt{2}-1\right)\right)=$ $=f\left(2-\sqrt{2}\right)=8-5\sqrt{2}$	2p 3p
3.	$3^x=t>0$ Obţinem $3t^2+8t-3=0$ Convine doar $t=\frac{1}{3}\Rightarrow x=-1$	1p 2p 2p
4.	Submulţimile cerute sunt de forma $\{1,a,b\}$, unde $a,b\in\{2,3,4,...,10\}$ $C_9^2=36$	2p 3p
5.	Ecuația dreptei AB este $x+y=4$ Ecuația dreptei CD este $x-y=4$ Punctul de intersecţie al celor două drepte are coordonatele $(4,0)$	2p 2p 1p
6.	Aplicăm teorema cosinusului $8^2=4^2+6^2-2\cdot4\cdot6\cdot\cos x\ \Rightarrow\ \cos x=-\frac{1}{4}$ Din $\sin^2 x+\cos^2 x=1,\ x\in(0,\pi)$, obținem $\sin x=\frac{\sqrt{15}}{4}$	3p 2p

SUBIECTUL II **30 puncte**

1. a)	$A(9)=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&9\\-2&-1&3\end{pmatrix}\Rightarrow$ $\det A(9)=6-2-18+8+9-3=0$	2p 3p
b)	$\det A(a)=9-a$ Sistemul are soluţie unică $\Leftrightarrow \det A(a)\neq 0$, adică $a\in\mathbb{R}\setminus\{9\}$	3p 2p
c)	Sistemul are soluţia (x_0,y_0,z_0) cu x_0, y_0 şi z_0 numere reale **nenule** $\Rightarrow a=9$ Soluţia sistemului este de forma $(5\alpha,-7\alpha,\alpha)$, $\alpha\in\mathbb{R}$ $-x_0+y_0+z_0=-11\alpha=11(x_0+y_0+z_0)$	1p 2p 2p
2. a)	$f(1)=0\Leftrightarrow 1^3+a\cdot 1^2+8\cdot 1+3=0$ $a=-12$	2p 3p
b)	$a=6\Rightarrow f=X^3+6X^2+8X+3$ şi câtul este $X+1$ Restul este 0	3p 2p
c)	$x_1+x_2+x_3=-a,\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=8\Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2=a^2-16$ Dacă $a\in(-4,4)\Rightarrow a^2-16<0\Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2<0$, adică f **nu** are toate rădăcinile reale	3p 2p

SUBIECTUL III **30 puncte**

1. a)	$f'(x)=\left(\dfrac{x^2-3}{e^x}\right)'=\dfrac{(x^2-3)'\cdot e^x-(x^2-3)\cdot(e^x)'}{e^{2x}}=$ $=\dfrac{-x^2+2x+3}{e^x}$	3p 2p
b)	$f(-1)=-2e,\ f'(-1)=0$ Ecuaţia tangentei este $y=-2e$	2p 3p
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$ sau $x=3$ $x\in[-1,3]\Rightarrow f'(x)\geq 0$, deci f crescătoare pe $[-1,3]$ şi $x\in[3,+\infty)\Rightarrow f'(x)\leq 0$, deci f descrescătoare pe $[3,+\infty)$ $f(-1)=-2e,\ f(3)=\dfrac{6}{e^3},\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0$, obţinem $-2e\leq f(x)\leq\dfrac{6}{e^3},\forall x\in[-1,+\infty)$	1p 2p 2p
2. a)	$I_1=\int_0^1(1-x^2)^1dx=\left(x-\dfrac{x^3}{3}\right)\Big\vert_0^1=$ $=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$	3p 2p

		2p
b)	$I_{n+1}-I_n=\int_0^1\left(-x^2\right)\left(1-x^2\right)^n dx$, pentru orice număr natural nenul n Pentru orice $n\in\mathbb{N}$ şi $x\in[0,1]$ avem $-x^2\le 0$ şi $\left(1-x^2\right)^n\ge 0 \Rightarrow I_{n+1}\le I_n$	2p 3p
c)	$I_{n+1}=\int_0^1 1\cdot\left(1-x^2\right)^{n+1}dx = x\left(1-x^2\right)^{n+1}\Big\vert_0^1 - 2(n+1)\int_0^1\left(1-x^2\right)^n\cdot\left(-x^2\right)dx=$ $=-2(n+1)\int_0^1\left(-x^2\right)\left(1-x^2\right)^n dx \overset{b)}{=} -2(n+1)\left(I_{n+1}-I_n\right)\Rightarrow$ $(2n+3)I_{n+1}=2(n+1)I_n$, pentru orice număr natural nenul n	2p 3p

Simulare, Bacalaureat, 9 mai 2018
Proba E. c)
Matematică *M_ şt-nat*

Filiera teoretică, profil real, specializarea ştiinţe ale naturii.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinaţi raţia unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_{10}-a_2=16$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2-8x-3$, unde m este un număr real nenul. Determinaţi m ştiind că valoarea maximă a funcţiei f este egală cu 5.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2+x}=x$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $A=\{0,1,2,3,...,85\}$, acesta să fie divizibil cu 7.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$ şi $B(3,4)$. Determinaţi coordonatele vectorului $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$.

5p **6.** Calculaţi sinusul unghiului D al triunghiului DEF, ştiind că semiperimetrul triunghiului DEF este egal cu 6, $DE=4$ şi $DF=5$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră $A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 4 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi mulţimea $G=\{X(a) \mid X(a)=I_2+aA,\ a\in\mathbb{R}\}$.

5p **a)** Arătaţi că $I_2\in G$.

5p **b)** Demonstraţi că $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+5ab)$, pentru orice numere reale *a* şi *b*.

5p **c)** Să se arate că, pentru $a\neq -\frac{1}{5}$, inversa matricei $X(a)$ este matricea $X\left(\frac{-a}{1+5a}\right)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+aX^2+X-1$, unde *a* este număr real.

5p **a)** Arătaţi $f(1)-f(-1)=4$, pentru orice număr real *a*.

5p **b)** Pentru $a=2$, calculaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+X+1.

5p **c)** Determinaţi numărul real *a*, ştiind că $x_1+x_2+x_3+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=x_1x_2x_3-1$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului *f*.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2\ln x$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=x(2\ln x+1), x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă 1, situat pe graficul funcţiei *f*.

5p **c)** Demonstraţi că $1+2ef(x)\geq 0$ pentru orice număr real *x*, $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{e^x}{x^2}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_1^2 x^3 f(x)dx=e^2$.

5p **b)** Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei *f* este convexă pe intervalul $[2,+\infty)$.

5p **c)** Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa *Ox* şi dreptele de ecuaţii $x=1$ şi $x=2$ are aria mai mică sau egală cu $e(e-1)$.

B-dul Al. I Cuza, nr. 172, 810025 Brăila; Tel: +40(0) 239 61 91 60; Fax: +40(0) 239 61 40 60
www.isjbraila.ro, brailaisj@gmail.com

Simulare, Bacalaureat, 9 mai 2018
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profil real, specializarea ştiinţe ale naturii.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **30 puncte**

1.	$a_1+9\cdot r-a_1-r=16$ $8\cdot r=16\Rightarrow r=2$	3p 2p
2.	$\frac{-\Delta}{4a}=5\Rightarrow\frac{-64-12m}{4m}=5$ $32m=-64\Rightarrow m=-2$	3p 2p
3.	$\sqrt{2+x}=x\Rightarrow x^2-x-2=0$ Obţinem $x=2$, care verifică ecuaţia şi $x=-1$, care nu verifică ecuaţia	3p 2p
4.	Numerele divizibile cu 7 sunt: $7\cdot 0, 7\cdot 1, ..., 7\cdot 12$, deci avem 13 cazuri favorabile Mulţimea A are 86 de elemente, deci avem 86 de cazuri posibile $P=\frac{\text{nr.cazuri favorabile}}{\text{nr.cazuri posibile}}=\frac{13}{86}$	2p 1p 2p
5.	$\overrightarrow{OA}=i+2j, \overrightarrow{OB}=3i+4j$ $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=4i+6j$ Coordonatele vectorului $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ sunt $(4,6)$	2p 2p 1p
6.	$P=12\Rightarrow EF=12-9=3$ $3^2+4^2=5^2\Rightarrow\Delta DEF$ dreptunghic $\Rightarrow m(\sphericalangle E)=90^\circ$ $\sin(\sphericalangle D)=\frac{3}{5}$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea **30 puncte**

1. a)	$X(0)=I_2+0\cdot A=I_2 \Rightarrow$ $I_2\in G$	4p 1p
b)	$X(a)\cdot X(b)=(I_2+aA)(I_2+bA)=I_2+bA+aA+abA^2$ $A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}20 & 5\\ 20 & 5\end{pmatrix}=5A$ $X(a)\cdot X(b)=I_2+bA+aA+5abA=I_2+(a+b+5ab)A=X(a+b+5ab)$	2p 2p 1p
c)	$\det X(a)=5a+1\neq 0$ pentru oricare $a\neq -\frac{1}{5}$ $X(a)\cdot X\left(\frac{-a}{1+5a}\right)=X\left(a-\frac{a}{1+5a}-\frac{5a^2}{1+5a}\right)=X(0)=I_2\,(1)$ $X\left(\frac{-a}{1+5a}\right)\cdot X(a)=X\left(-\frac{a}{1+5a}+a-\frac{5a^2}{1+5a}\right)=X(0)=I_2\,(2)$ Din relaţiile (1) şi (2) $\Rightarrow X\left(\frac{-a}{1+5a}\right)$ este inversa matricei $X(a)$ pentru $a\neq -\frac{1}{5}$	1p 3p 1p
2. a)	$f(1)=a+1$ $f(-1)=a-3$ $f(1)-f(-1)=a+1-a+3=4$	2p 2p 1p
b)	$C=X+1$ $R=-X-2$	2p 3p
c)	$x_1+x_2+x_3=-a, x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=1, x_1x_2x_3=1$ $-a+1=1-1\Rightarrow a=1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea **30 puncte**

1. a)	$f'(x)=(x^2)'\cdot\ln x+x^2\cdot(\ln x)'=$ $=2x\ln x+x=x(2\ln x+1)$	2p 3p
b)	$y-f(1)=f'(1)(x-1)$ $f(1)=0,\ f'(1)=1\Rightarrow$ Ecuaţia tangentei este $y=x-1$	2p 2p 1p
c)	$f'(x)=0\Rightarrow x=e^{-\frac{1}{2}}$ $f'(x)\leq 0$ pentru orice $x\in\left(0,e^{-\frac{1}{2}}\right]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $\left(0,e^{-\frac{1}{2}}\right]$	2p 1p

	$f'(x)\geq 0$ pentru orice $x\in\left[e^{-\frac{1}{2}},+\infty\right)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $\left[e^{-\frac{1}{2}},+\infty\right)$ Obţinem $f(x)\geq f\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)=-\frac{1}{2e}\Rightarrow 1+2ef(x)\geq 0$, oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$	1p 1p
2. a)	$\int_1^2 x^3 f(x)dx=\int_1^2 xe^x dx=\left(xe^x-e^x\right)\Big\|_1^2=e^2$	5p
b)	$F'(x)=f(x)$ $F''(x)=f'(x)=\frac{xe^x(x-2)}{x^4}$ $F''(x)\geq 0,$ pentru orice $x\geq 2$	1p 2p 2p
c)	$A=\int_1^2 \|f(x)\|dx=\int_1^2\frac{e^x}{x^2}dx$ $x\geq 1\Rightarrow x^2\geq 1\Rightarrow\frac{1}{x^2}\leq 1$ $A=\int_1^2\frac{e^x}{x^2}dx\leq\int_1^2 e^x dx=e^2-e=e(e-1)$	1p 2p 2p

Simulare, Bacalaureat, 9 mai 2018
Proba E. c) Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Fie $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ o progresie aritmetică în care $a_1 = 5$ şi raţia $r = -2$. Determinaţi a_3.
5p	**2.** Determinaţi coordonatele punctului de minim al funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 1$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x+3) = 3$.
5p	**4.** Calculaţi numărul submulţimilor cu două elemente ale unei mulţimi care are 6 elemente.
5p	**5.** Determinaţi m pentru care dreapta $d: x + my + 2018 = 0$ trece prin punctul $A(-4,2)$.
5p	**6.** Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x = \frac{1}{3}$, atunci calculaţi $\sin x$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

	1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Calculaţi $3A - 2B$.
5p	**b)** Arătaţi că $\det\left(A^2 - 5I_2\right) = -16$.
5p	**c)** Determinaţi numărul real x ştiind că $B^2 = x \cdot B - 3I_2$.
	2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 - 10X + 24 \in \mathbb{R}[X]$.
5p	**a)** Calculaţi $f(1) + f(2)$.
5p	**b)** Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $X + 1$.
5p	**c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $f(x) = 0$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 4x^3 - 3x^2$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x) = 6x(2x-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Arătaţi că $f(x) < 0$, $\forall x \in (-\infty, 0)$.
	2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$.
5p	**a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx = -6$.
5p	**b)** Arătaţi că $\int_{1}^{e} \frac{f(x)}{x}\,dx = 2e - 5$.
5p	**c)** Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x) = e^x \cdot \left[f(x) + 3\right]$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x = 0$ şi $x = 1$.

Simulare, Bacalaureat, 9 mai 2018
Proba E. c) Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL I **30 puncte**

1	$a_3 = a_1 + 2r =$ $= 5 - 4 = 1$	2p 3p
2	$a = 1 > 0 \Rightarrow V$ punct de minim $\Rightarrow x_v = -\frac{b}{2a}; y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ $V(3,-8)$	3p 2p
3	$C.E.: x+3>0$ $x+3=8$ $x=5$ care verifică condiţiile	1p 3p 1p
4	$C_6^2 = \frac{6\cdot 5}{2} = 15$	5p
5	$A \in d \Rightarrow -4+2m+2018=0$ $m=-1007$	2p 3p
6	$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{8}{9}$ $\cos x = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$ şi $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	3p 2p

SUBIECTUL II **30 puncte**

1. a)	$3A - 2B = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$	5p
b)	$A^2 = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 - 5I_2 = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ $\det(A^2 - 5I_2) = -16$	3p 2p
c)	$B^2 = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$; $xB - 3I_2 = \begin{pmatrix} 3x-3 & 0 \\ 2x & x-3 \end{pmatrix}$	3p

	$\begin{cases} 3x-3=9 \\ 2x=8 \quad \Rightarrow x=4 \\ x-3=1 \end{cases}$	2p
2. a)	$f(1)=12$; $f(2)=0$ $f(1)+f(2)=12$	4p 1p
b)	$C=X^2-4X-6$ şi $R=30$	5p
c)	Din $f(2)=0 \Rightarrow f=(X-2)C(X) \Rightarrow f=(X-2)(X^2-X-12)$ $f(x)=0 \Rightarrow (x-2)(x^2-x-12)=0$ $\Rightarrow x_1=2; x_2=-3; x_3=4$	3p 1p 1p

SUBIECTUL III **30 puncte**

1. a)	$f'(x)=12x^2-6x=6x(2x-1)$	5p
b)	$f(1)=1$; $f'(1)=6$ $t: y-f(1)=f'(1)(x-1)$ $t: 6x-y-5=0$	2p 2p 1p
c)	Pentru $x\in(-\infty,0) \Rightarrow f'(x)>0 \Rightarrow f$ descrescătoare pe $(-\infty,0)$ $\Rightarrow f(x)<f(0) \Rightarrow f(x)<0, \forall x\in(-\infty,0)$	3p 2p
2. a)	$\int_{-1}^{2} f(x)dx == \left(x^2-3x\right)\Big\vert_{-1}^{2}=-6$	5p
b)	$\int_1^e \frac{f(x)}{x}dx=\int_1^e\left(2-\frac{3}{x}\right)dx=$ $=(2x-3\ln x)\Big\vert_1^e=2e-5$	2p 3p
c)	$A_f=\int_0^1 \lvert g(x)\rvert dx=\int_0^1 2xe^x dx=$ $=2\left(xe^x-e^x\right)\Big\vert_0^1=2$	2p 3p

Simulare, Bacalaureat, 9 mai 2018
Proba E. c)
Matematică *M_ pedagogic*

Filiera vocaţională: profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p	**1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu raţia $r=-2$ şi $a_1=19$. Calculaţi a_7.
5p	**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-ax+3$. Determinaţi numărul real *a*, pentru care $f(-2)=3$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{9-x^2}=2$.
5p	**4.** Arătaţi că ecuaţia $x^2-(2m+1)x+m^2+m=0$ admite două soluţii reale distincte, pentru orice număr real *m*.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$ şi $B(2,5)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului *AB*.
5p	**6.** Se consideră triunghiul *ABC* cu ipotenuza $BC=8$ și $\cos B=\frac{3}{5}$. Calculați perimetrul triunghiului *ABC*.

SUBIECTUL II (30 puncte)

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y-5$.
5p	**1.** Calculaţi $(-7)\circ 13$.
5p	**2.** Arătaţi că legea de compoziţie "$\circ$" este asociativă.
5p	**3.** Verificaţi dacă $e=5$ este element neutru al legii de compoziţie "$\circ$".
5p	**4.** Determinaţi numerele întregi *x* ştiind că $\left(x^2\right)\circ x=-3$.
5p	**5.** Calculaţi $\left(1+2^0\right)\circ\left(1+2^1\right)\circ\left(1+2^2\right)\circ\left(1+2^3\right)\circ\left(1+2^4\right)$.
5p	**6.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{2018\ de\ x}=0$.

SUBIECTUL III (30 puncte)

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Calculaţi $\det\left(A+I_2\right)$.
5p	**2.** Calculaţi $\left(A-I_2\right)\left(A+I_2\right)$.
5p	**3.** Verificaţi dacă $(A-I_2)^2=O_2$.
5p	**4.** Calculaţi inversa matricei $2I_2-A$.
5p	**5.** Determinaţi numerele reale *x* şi *y* ştiind că are loc egalitatea $A^2+xA+yI_2=O_2$.
5p	**6.** Determinaţi matricele $Y=\begin{pmatrix}x&y\\0&x\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$ care verifică relaţia $Y^2=A$.

Simulare, Bacalaureat, 9 mai 2018
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera vocaţională: profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **30 puncte**

1	$a_7 = a_1 + 6r = 19 - 12 \Rightarrow$ $a_7 = 7$	3p 2p
2	$f(-2) = 4 + 2a + 3 = 7 + 2a$ $7 + 2a = 3 \Rightarrow 2a = -4 \Rightarrow a = -2$	3p 2p
3	$9 - x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 1$ $x_1 = -1, x_2 = 1$	3p 2p
4	$\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m) = 1$ $\Delta = 1 > 0$ pentru orice număr real m $\Rightarrow$ ecuaţia admite două soluţii reale distincte, pentru orice număr real m	2p 2p 1p
5	Notam $M(x_M, y_M)$ mijlocul segmentului AB $x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+2}{2} = 0$ $y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+5}{2} = 4$ $M(0,4)$	 2p 2p 1p
6	$\cos B = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AB}{8} = \frac{3}{5} \Rightarrow AB = \frac{24}{5}$ $AC = \sqrt{64 - \frac{576}{25}} = \sqrt{\frac{1024}{25}} = \frac{32}{5}$ $P_{\Delta ABC} = \frac{96}{5}$	2p 2p 1p

SUBIECTUL II **30 puncte**

1	$(-7) \circ 13 = -7 + 13 - 5$ $(-7) \circ 13 = 1$	3p 2p
2	$(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$	1p

B-dul Al. I Cuza, nr. 172, 810025 Brăila; Tel: +40(0) 239 61 91 60; Fax: +40(0) 239 61 40 60
www.isjbraila.ro, brailaisj@gmail.com

	$(x\circ y)\circ z=(x+y-5)\circ z=x+y-5+z-5=x+y+z-10$ $x\circ(y\circ z)=x\circ(y+z-5)=x+y+z-5-5=x+y+z-10$	2p 2p
3	5 element neutru dacă $x\circ 5=5\circ x=x, \forall x\in\mathbb{R}$ verificare $x\circ 5=x, \forall x\in\mathbb{R}$ verificare $5\circ x=x, \forall x\in\mathbb{R}$	1p 2p 2p
4	$(x^2)\circ x=x^2+x-5$ $x^2+x-5=-3\Rightarrow x^2+x-2=0$ $x_1=-2, x_2=1$	1p 2p 2p
5	$(1+2^0)\circ(1+2^1)\circ(1+2^2)\circ(1+2^3)\circ(1+2^4)=2\circ 3\circ 5\circ 9\circ 17=$ $=0\circ 5\circ 9\circ 17=0\circ 9\circ 17=4\circ 17=16$	2p 3p
6	$x\circ x=2x-5, x\circ x\circ x=3x-2\cdot 5\Rightarrow$ $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{2018\,de\,x}=2018x-2017\cdot 5$ $2018x-2017\cdot 5=0\Rightarrow 2018x=10085\Rightarrow x=\frac{10085}{2018}$	3p 2p

SUBIECTUL III — 30 puncte

1	$\det(A+I_2)=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 0 & 2\end{vmatrix}=$ $=4$	3p 2p
2	$A-I_2=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ $A+I_2=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ $(A-I_2)(A+I_2)=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$	1p 1p 3p
3	$A-I_2=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ $(A-I_2)^2=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	2p 3p
4	$B=2I_2-A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ $\det B=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\end{vmatrix}=1\neq 0$ $B^{-1}=\frac{1}{\det B}\cdot B^*=B^*=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	1p 1p 3p

5	$A^2=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ $A^2+xA+yI_2=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x & x\\ 0 & x\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}y & 0\\ 0 & y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+y+1 & 2+x\\ 0 & 1+x+y\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x+y+1 & 2+x\\ 0 & 1+x+y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow$ $x=-2, y=1$	1p 2p 1p 1p
6	$Y^2=\begin{pmatrix}x & y\\ 0 & x\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x & y\\ 0 & x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x^2 & 2xy\\ 0 & x^2\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}x^2 & 2xy\\ 0 & x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow x^2=1, 2xy=1$ $x=-1\Rightarrow y=-\frac{1}{2}\Rightarrow Y=\begin{pmatrix}-1 & -\frac{1}{2}\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ $x=1\Rightarrow y=\frac{1}{2}\Rightarrow Y=\begin{pmatrix}1 & \frac{1}{2}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	2p 1p 1p 1p