

OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA NAȚIONALĂ 12.05.2018
CLASA a VIII-a

Problema 1.(7 puncte)

Demonstrați următoarele inegalități:

- a) $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \cdot (a + b + c) \geq 9$, oricare ar fi numerele reale strict pozitive a, b, c ;
b) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} > 6$.

Problema 2.(7 puncte)

Reprezentați grafic funcția de gradul I, $f: R \rightarrow R$, care verifică relația:

$f(x) + 2 \cdot f(2 - x) = -2 \cdot x + 11$, oricare ar fi $x \in R$ și demonstrați că numărul $\sqrt{f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2018)}$ este număr rațional.

Problema 3.(7 puncte)

În interiorul tetraedrului regulat ABCD se ia un punct T astfel încât $TA = \sqrt{6} \text{ cm}$, $TB = TC = TD = 3\sqrt{2} \text{ cm}$. Calculați volumul tetraedrului.

Problema 4.(7 puncte)

Un con circular drept (raza egală cu x) și un trunchi de con circular drept (raza mare R și raza mică r) au înălțimile congruente și volumele egale. Să se demonstreze că razele bazelor celor două corpuri pot forma un triunghi.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru - 2 ore.