OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE CLASA a VI-a 12.05.2018

Problema 1.(7 puncte)

Aflaţi numărul $\overline{abc}$, scris în baza zece, cu cel mai mic număr de divizori, ştiind că $\overline{abc}$ este de 25 de ori mai mare decât suma cifrelor sale.

Soluţie $\overline{abc} = 25 \cdot (a+b+c) \Longrightarrow b=c=0$ sau $\overline{bc} \in \{25, 50, 75\}$ .... **(1p)**

Dacă b=c=0 $\Longrightarrow a=0$, imposibil........................ **(1p)**

Dacă $\overline{bc} = 25 \Longrightarrow a = 2$ .... **(1p)**

Dacă $\overline{bc} = 50 \Longrightarrow a = 1$ .... **(1p)**

Dacă $\overline{bc} = 75 \Longrightarrow a = 3$ .... **(1p)**

$$\left.\begin{array}{l} 225 = 3^2 \cdot 5^2 \Longrightarrow \text{nr. div} = (2+1)(2+1) = 9\ ; \\ 150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \Longrightarrow \text{nr. div} = (1+1)(1+1)(2+1) = 12 \\ 375 = 3 \cdot 5^3 \Longrightarrow \text{nr. div} = (1+1)(3+1) = 8 \end{array}\right\}$$ .... **(1p)**

Numărul căutat este 375 .... **(1p)**

Problema 2.(7 puncte)

Să se determine cel mai mic număr prim de trei cifre, care împărţit prin 5, 8, respectiv 12 dau acelaşi rest nenul.

Soluţie $$\left.\begin{array}{l} x = 5 \cdot c_1 + r, \mathbf{r < 5} \\ x = 8 \cdot c_1 + r, r < 8 \\ x = 12 \cdot c_1 + r, r < 12 \end{array}\right\} \Longrightarrow (x-r) \in M_{[5,8,12]}$$ .... **(3p)**

$[5,8,12] = 120 \Longrightarrow (x-r) = 120 \cdot n$, unde $n \in \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ .... **(2p)**

n=1$\Longrightarrow x \in \{121, 122, 123, 124\}$, nu sunt numere prime........................ **(1p)**

n=2$\Longrightarrow x \in \{241, 242, 243, 244\}$, numărul prim căutat este 241........................ **(1p)**

Problema 3.(7 puncte)

a) Suma a 10 numere raţionale este 50. Ele sunt invers proporţionale cu numerele 2; 6;12;...;110. Câte dintre aceste numere sunt fracţii subunitare?

b) În pătratul de mai jos (pătratul magic) sunt scrise numere întregi, astfel încât suma numerelor situate pe linii, pe diagonale și pe coloane să fie aceeași. O parte din numere au fost șterse. Aflaţi numerele şterse.

Soluţie:

a) $\dfrac{x_1}{\frac{1}{2}} = \dfrac{x_2}{\frac{1}{6}} = \dfrac{x_3}{\frac{1}{12}} = \cdots = \dfrac{x_{10}}{\frac{1}{110}}$ .... **(1p)**

$$\frac{50}{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{10\cdot 11}} = \frac{50}{\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}} = \frac{50}{\frac{10}{11}} = 55$$ .... **(2p)**

Sunt 4 fracţii subunitare: x_7, x_8, x_9, x_{10} .... **(1p)**

b)

-10	11	-7
1	-2	-5
3	-15	6

.... **(3p)**

Problema 4.(7 puncte)

În triunghiul ABC, AD,BE,CF sunt mediane, concurente în G, $D \in (BC)$, $E \in (AC), F \in (AB)$. Ştiind că $m(\sphericalangle AGB) = m(\sphericalangle BGC) = m(\sphericalangle CGA)$, să se arate că triunghiul ABC este echilateral.

Soluţie: desen corect........................ **(1p)**

$m(\sphericalangle AGB) = m(\sphericalangle BGC) = m(\sphericalangle CGA) = 120°$ .... **(1p)**

$m(\sphericalangle AGB) = 120° \Longrightarrow m(\sphericalangle BGD) = 60° \Longrightarrow [GD$ bisectoare și mediană $\Longrightarrow \Delta BGC$ isoscel .... **(1p)**

$\Longrightarrow \Delta ABC$ isoscel $\Longrightarrow AB = AC$ .... **(1p)**

$m(\sphericalangle AGB) = 120° \Longrightarrow m(\sphericalangle AGE) = 60° \Longrightarrow [GE$ bisectoare și mediană $\Longrightarrow \Delta AGC$ isoscel .... **(1p)**

$\Longrightarrow \Delta BAC$ isoscel $\Longrightarrow AB = BC$ .... **(1p)**

$AB = AC = BC \Longrightarrow \Delta ABC$ echilateral .... **(1p)**

„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Felicitări!