OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE CLASA a V-a 12.05.2018

Problema 1.(7 puncte)

Câte numere naturale de trei cifre nenule $\overline{abc}$, scrise în baza zece există, ştiind că $\overline{a,(bc)} + \overline{b,(ca)} + \overline{c,(ab)} = a + b + c + 1$? Calculaţi suma numerelor cu proprietatea de mai sus, care sunt divizibile cu 5.

Soluţie: $\overline{a,(bc)} + \overline{b,(ca)} + \overline{c,(ab)} = a + \frac{\overline{bc}}{99} + b + \frac{\overline{ca}}{99} + c + \frac{\overline{ab}}{99}$..**(1p)**

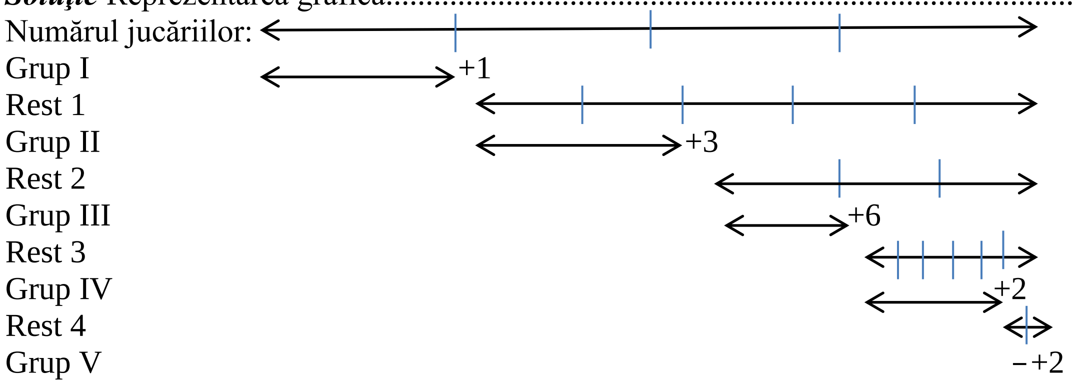
$\frac{\overline{bc}}{99} + \frac{\overline{ca}}{99} + \frac{\overline{ab}}{99} = 1 \Rightarrow a + b + c = 9$..**(1p)**

Avem 3 variante cu cifrele 1,1,7, nu sunt divizibile cu 5;
Avem 6 variante cu cifrele 1,2,6, nu sunt divizibile cu 5;
Avem 6 variante cu cifrele 1,3,5, divizibile cu 5: 135, 315;
Avem 3 variante cu cifrele 1,4,4, nu sunt divizibile cu 5;
Avem 3 variante cu cifrele 2,2,5, divizibile cu 5: 225;
Avem 6 variante cu cifrele 2,3,4, nu sunt divizibile cu 5;
Avem 1 variantă cu cifrele 3,3,3, nu sunt divizibile cu 5; ....**(3p)**
În total avem 28 numere..**(1p)**
Suma numerelor divizibile cu 5 este: S=135+315+225=675..**(1p)**

Problema 2.(7 puncte)

La un concurs de matematică, fiecare elev a primit o jucărie Squishy. Elevii au fost împărţiţi în 5 grupuri. Primul grup a primit un sfert din numărul jucăriilor şi încă 1 jucărie, al doilea grup a primit două cincimi din restul jucăriilor şi încă 3 jucării, al treilea grup a primit o treime din noul rest şi încă 6 jucării, al patrulea grup a primit cinci şesimi din jucăriile rămase şi încă 2 jucării. Restul jucăriilor s-au dat celui de-al cincilea *grup, adică jumătate din ele şi încă 2 jucării. Aflaţi câţi elevi au participat la concurs.*

Soluţie Reprezentarea grafică...**(2p)**

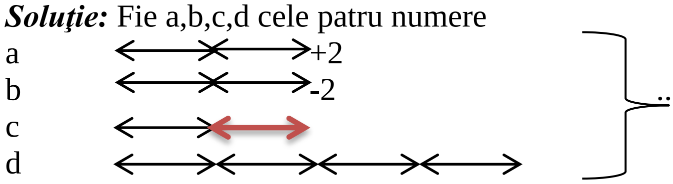


Grupul V a primit 4 jucării, R4=4..**(1p)**
Grupul IV a primit 32 jucării, R3=36..**(1p)**
Grupul III a primit 27 jucării, R2=63..**(1p)**
Grupul II a primit 47 jucării, R1=110..**(1p)**
Grupul I a primit 38 jucării, Total 148 elevi..**(1p)**

Problema 3.(7 puncte)

Aflaţi cele mai mici patru numere naturale nenule, ştiind că suma lor este pătrat perfect şi că, scăzând din primul număr 2, adunând la al doilea număr 2, dublând al treilea număr şi injumătăţind al patrulea număr, se obţin rezultate egale.

Soluţie: Fie a,b,c,d cele patru numere



....**(3p)**

$9 \cdot x = k^2, k \neq 0 \Rightarrow x$ este pătrat perfect cât mai mic $\Rightarrow x \in \{1, 4, 9, \dots\}$ ....**(2p)**

$x = 1 \Rightarrow b = 0$ imposibil ....**(1p)**

$x = 4 \Rightarrow a = 10, b = 6, c = 4, d = 16$..**(1p)**

„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Felicitări!

Problema 4.(7 puncte)

Pe o dreaptă se iau, în această ordine, punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{20}$ astfel încât
$A_1A_2 = 6\ cm, A_2A_3 = 12\ cm, A_3A_4 = 18\ cm, \dots \dots$.....

a) Calculaţi lungimea segmentului $[A_1A_{20}]$.

b) Determină n număr natural nenul pentru care $M \in [A_nA_{n+1}]$, unde M este mijlocul segmentului $[A_1A_{20}]$.

***Soluţie:*desen**...**(1p)**

a) $A_1A_{20} = 6 \cdot (1 + 2 + 3 + \cdots + 19) = 1140\ cm$..**(3p)**

b) $A_1M = 1140 : 2 = 570\ cm$ ....**(1p)**

Calculăm cel mai mare număr natural x pentru care

$$6 \cdot (1 + 2 + 3 + \cdots + x) < 570 \Longrightarrow x \cdot (x + 1) < 190$$ ....**(1p)**

Observăm că $13 \cdot 14 = 182$ $și$ $14 \cdot 15 = 210 \Longrightarrow x = 13 \Longrightarrow M \in [A_{14}A_{15}], n = 14$..............................**(1p)**