



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
Inspectoratul Școlar Județean Cluj
Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej



Concursul Interjudețean de Matematică
„Dumitru Țiganetea”
Ediția a XVIII-a, 14 aprilie 2018

Clasa a III – a

1.

a. Calculați: $401 + 3 \times [15 + 3 \times 7 + 2 \times (7 \times 6 - 12)] - 354$.

b. Aflați necunoscuta din egalitatea $[418 - (2 \times 200 + x)] : [19 - (40 : 4 + 4)] = 1$

2. Aflați numerele a, b, c știind că: $a + b = 16$, $b + c = 14$ și $a + c = 12$.

3. Două păpuși și patru ursuleți costă 100 lei. o păpușă costă cât trei ursuleți. cât costă ursulețul? Dar păpușa?

4. În clasa a III- a sunt 29 de elevi, băieți și fete. Suma dintre numărul fetelor și jumătate din numărul băieților este 22.

Câți băieți și câte fete sunt în clasă?



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
Inspectoratul Școlar Județean Cluj
Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej



Concursul Interjudețean de Matematică
„Dumitru Țiganetea”
Ediția a XVIII-a, 14 aprilie 2018

Clasa a IV – a

1.
 - a. Calculați valoarea necunoscutei din:
$$105 - 30 : \{54 - 45 : [30 - 24 : (a - 15) - 7] \times 15 + 15 : 15\} = 102 .$$
 - b. Știind că $a + b - c = 10$ și $b + 2c - d = 11$, calculați $3a + 5b + c - 2d$.

2. În curtea bunicii sunt găini, rațe și porci, în total 22 de capete și 52 de picioare.
Câte animale de fiecare fel sunt dacă numărul rațelor este jumătate din numărul găinilor?

3. Pentru Olimpiada Internațională de Matematică din 2018 , ce se va desfășura în Cluj-Napoca, s-a comandat la Salina Ocna-Dej, o cantitate de sare ce se va transporta în cutii.
Dacă în fiecare cutie se pun 20 kg , nu încap 55 kg de sare, iar dacă punem 25 de kilograme în fiecare cutie, rămâne o cutie cu 15 kg și trei cutii nefolosite.
Aflați ce cantitate de sare s-a comandat și câte cutii au fost cumpărate.

4. Un număr se numește *accesibil* dacă ultima cifră a lui este egală cu dublul sumei celorlalte cifre ale numărului (de exemplu , numărul 2016 este *accesibil* deoarece $2 \times (2 + 0 + 1) = 6$). Câte numere *accesibile* de patru cifre, mai mari decât 2000 există?



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
Inspectoratul Școlar Județean Cluj
Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej



Concursul Interjudețean de Matematică
„Dumitru Țiganetea”
Ediția a XVIII-a, 14 aprilie 2018

Clasa a V – a

1. Se dau numerele:

$$a = (2^{20} : 4^5 - 1024 + 10^2 - 2^6 - 6^2)^{2007} + 2007^2 - 2006 \cdot 2007 \quad \text{și} \quad b = 2 \cdot 10^3 + 1 - 2^4 \cdot 5^3;$$

a. Calculați $(a - 2006 \cdot b)^{2018}$.

b. Arătați că $2008 \cdot (a + b)$ este pătrat perfect.

2. Determinați cifra a pentru care fracția $\frac{a^2 \cdot \overline{aa} + a^2(a^2 + 1)}{202a}$ este echiunitară.

G.M.

3. Se scriu pe o tablă în ordine crescătoare, toate numerele naturale de la 1 până la 2018 inclusiv.

Numerele 1 și 2 se șterg. Se numără 3 numere, iar 6 și 7 se șterg. Se numără alte 3 numere și următoarele două se șterg. Se continuă astfel până la ultimul număr șters.

a. Care este cel de-al 205-lea număr șters?

b. Verificați dacă numărul 1972 va fi șters. Dacă va fi șters, precizați al câtelea număr șters este, iar dacă nu va fi șters, justificați de ce nu este șters.

Cristian Petru POP

Simona POP

4. Determinați un multiplu al numărului 17 care se scrie numai cu cifra 1.

Vasile ȘERDEAN
Zoltan FODOR



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
Inspectoratul Școlar Județean Cluj
Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej



Concursul Interjudețean de Matematică
„Dumitru Țiganetea”
Ediția a XVIII-a, 14 aprilie 2018

Clasa a VI – a

1.

a. Știind că $\frac{2019}{a+6} + \frac{2019}{b+8} + \frac{2019}{c+10} + \frac{2019}{d+12} = 2692$,

să se calculeze $\frac{a+3}{a+6} + \frac{b+5}{b+8} + \frac{c+7}{c+10} + \frac{d+9}{d+12}$.

*Alina GĂLDEAN
Corina DRAGOȘ*

b. Determină cel mai mic număr natural, multiplu de 45 cu exact 45 de divizori.

*Cristian Petru POP
Simona POP*

2. Numărul natural n dă restul 7 la împărțirea cu 44 și restul 5 la împărțirea cu 42. Ce rest se obține la împărțire cu 12?

G.M.

3. Considerăm triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC = 10\text{cm}$ și unghiul A obtuz. Pe dreapta AB luăm punctul D astfel încât $(DB) \equiv (AB)$ cu $B \in (AD)$. Perpendiculara în punctul B pe AD întâlnește dreapta CA în F . Știind că $FD \perp BC$, calculați perimetrul triunghiului ADF .

*Camelia MAGDAȘ
Eugen JECAN*

4. Bisectoarea unghiului A a triunghiului ABC intersectează pe $[BC]$ în D .

Considerăm punctele $M \in (AB)$ și $N \in (AC)$ astfel încât $[BD] \equiv [BM]$ și $[CN] \equiv [CD]$.

Dacă $AD \perp MN$, demonstrați că:

a. $[MD] \equiv [ND]$;

b. $\sphericalangle BMD \equiv \sphericalangle CND$,

c. triunghiul ABC este isoscel.

BAREME

Clasa a III – a

1.

a. **Calculați:** $401 + 3 \times [15 + 3 \times 7 + 2 \times (7 \times 6 - 12)] - 354$.

b. **Aflați necunoscuta din egalitatea** $[418 - (2 \times 200 + x)] : [19 - (40 : 4 + 4)] = 1$

Soluție:

a. 335

4p

b. $x = 13$

3p

2. **Aflați numerele a, b, c știind că: $a + b = 16$, $b + c = 14$ și $a + c = 12$.**

Soluție:

Prima soluție obținută

3p

A doua soluție obținută

2p

A treia soluție obținută

2p

3. **Două păpuși și patru ursuleți costă 100 lei. o păpușă costă cât trei ursuleți. cât costă ursulețul? Dar păpușa?**

Soluție:

Inlocuirea unei marimi cu alta $2 \text{ păpuși} = 6 \text{ ursuleți}$

2p

10 ursuleți costă 100 lei

2p

1 ursuleț costă 10 lei

1p

1 păpușă costă $3 \times 10 \text{ lei} = 30 \text{ lei}$

2p

4. **În clasa a III- a sunt 29 de elevi, băieți și fete. Suma dintre numărul fetelor și jumătate din numărul băieților este 22.**

Câți băieți și câte fete sunt în clasă?

Soluție:

Reprezentarea grafică

1p

Calcularea a jumătate din numărul băieților $29 - 22 = 7$

2p

Determinarea numărului băieților $7 \times 2 = 14$

2p

Determinarea numărului fetelor $29 - 14 = 15$

2p

Clasa a IV – a

1.

a. **Calculați valoarea necunoscutei din:**

$$105 - 30 : \{54 - 45 : [30 - 24 : (a - 15) - 7] \times 15 + 15 : 15\} = 102.$$

b. **Știind că $a + b - c = 10$ și $b + 2c - d = 11$, calculați $3a + 5b + c - 2d$.**

Soluție:

a. $a = 18$

4p

b. Adunarea relațiilor

1p

Inmulțirea cu 3 a relației obținute mai sus

1p

Scăderea relației date din relația anterioară

1p

2. **În curtea bunicii sunt găini, rațe și porci, în total 22 de capete și 52 de picioare.**

Câte animale de fiecare fel sunt dacă numărul rațelor este jumătate din numărul găinilor?

Soluție:

Presupunem că toate vietuitoarele sunt pasări $22 \times 2 = 44$

1p

Diferența dintre numărul real și cel obținut $52 - 44 = 8$

1p

Diferența dintre numărul de picioare al viețuitoarelor $4 \cdot 2 = 2$

1p

Numărul de porci $8 : 2 = 4$

1p

Numărul păsărilor $22 - 4 = 18$

1p

Numărul rațelor $18 : 3 = 6$

1p

Numărul găinilor $6 \times 2 = 12$

1p

3. **Pentru Olimpiada Internațională de Matematică din 2018, ce se va desfășura în Cluj-Napoca, s-a comandat la Salina Ocna-Dej, o cantitate de sare ce se va transporta în cutii.**

Dacă în fiecare cutie se pun 20 kg, nu încap 55 kg de sare, iar dacă punem 25 de kilograme în fiecare cutie, rămâne o cutie cu 15 kg și trei cutii nefolosite.

Aflați ce cantitate de sare s-a comandat și câte cutii au fost cumpărate.

Soluție:

Notăm cu S numărul kilogramelor de sare C numărul de cutii

1p

$$S = 20 \times C + 55$$

2p

$$S = 25 \times (C - 4) + 15$$

2p

Egalizând cele două relații, obținem:

$$C = 28 \text{ cutii}$$

1p

$$S = 615 \text{ de kilograme sare}$$

1p

4. **Un număr se numește *accesibil* dacă ultima cifră a lui este egala cu dublul sumei celorlalte cifre ale numărului (de exemplu, numărul 2016 este *accesibil* deoarece $2 \times (2 + 0 + 1) = 6$). Câte numere *accesibile* de patru cifre, mai mari decât 2000 există?**

Soluție:

Fie \overline{abcd} numerele căutate

1p

$$a \geq 2 \text{ și } d = 2 \times (a + b + c) \Rightarrow d \leq 9$$

1p

$$d \text{ cifră} \Rightarrow d = 4, 6, 8$$

1p

$$d = 4 \Rightarrow b = c = 0 \Rightarrow 2004 \text{ este unul din numere}$$

1p

$$d = 6 \Rightarrow b = 0, c = 1 \text{ sau } b = 1, c = 0 \text{ sau } b = c = 0 \Rightarrow a = 2, 3 \Rightarrow 2016, 2106, 3006 \text{ numere căutate}$$

1p

$$d = 8 \Rightarrow 2028, 2118, 2208, 3018, 3108, 4008$$

2p

Clasa a V – a

1. Soluție:

- a. Obține $a=2007$ 2p
 Obține $b=1$ 1p
 Obține $(a - 2006 \cdot b)^{2018} = 1$ 2p
- b. Arată că $2008 \cdot (a + b) = 2008^2$ care este pătrat perfect 2p

1. Soluție:

- Din $\frac{a^2 \cdot \overline{aa} + a^2(a^2 + 1)}{202a}$ echiunitară $\Rightarrow a^2(10a + a) + a^2(a^2 + 1) = \overline{202a}$ 1p
- $\Leftrightarrow a^2(a^2 + 11a + 1) = 2020 + a$ 1p
- $a^4 + 11a^3 + a^2 - a = 2020$ 1p
- $a(a^3 + 11a^2 + a - 1) = 2^2 \cdot 5 \cdot 101$ 1p
- Din a- cifră rezultă $a = 2; a = 4; a = 5$ și $a=2$ nu convine 1p
 $a = 4$ nu convine 1p
 $a = 5$ soluție 1p

2. Soluție:

- a. Notăm cu T_1, T_2, T_3, \dots primul număr șters, al treilea număr șters, al cincilea număr șters
 Notăm cu P_1, P_2, P_3, \dots al doilea număr șters, al patrulea număr șters, al șaselea număr șters
 Atunci:

$T_1 = 1 + 0 \cdot 5 = 1$	$P_1 = 2 + 0 \cdot 5 = 2$
$T_2 = 1 + 1 \cdot 5 = 6$	$P_2 = 2 + 1 \cdot 5 = 7$
$T_3 = 1 + 2 \cdot 5 = 11$	$P_3 = 2 + 2 \cdot 5 = 12$
.....
$T_{102} = 1 + 101 \cdot 5 = 506$	$P_{102} = 2 + 101 \cdot 5 = 507$
$T_{103} = 1 + 102 \cdot 5 = 511$	

Cel de-al 205-lea număr șters va fi **511** 5p

Pentru soluția aflată prin numărarea termenilor se vor acorda 2p

- b. 1972 va fi șters dacă are una din formele:

$T_n = 1 + (n - 1) \cdot 5 = 1972$	$P_m = 2 + (m - 1) \cdot 5 = 1972$
$(n - 1) \cdot 5 = 1971$	$(m - 1) \cdot 5 = 1970$

$n \in \mathbb{N}$ $m = 395$ 1p

395 · 2 = 790 numere, deci numărul 1972 va fi al 790-lea număr șters 1p

3. Soluție:

$\frac{1}{17} = 0,(0588235294117647)$ 4p

$\frac{1}{17} = \frac{588235294117647}{\underbrace{99\dots9}_{16\text{ori}}}$ 1p

Simplifică cu 9, obține $\frac{1}{17} = \frac{65359477124183}{\underbrace{111\dots1}_{16\text{ori}}}$ 1p

$17 \cdot 65359477124183 = 11\dots1$ 1p

Clasa a VI – a

1. Soluție:

a.

$$\begin{aligned} & \frac{a+3}{a+6} + \frac{b+5}{b+8} + \frac{c+7}{c+10} + \frac{d+9}{d+12} = \\ & 1 - \frac{3}{a+6} + 1 - \frac{3}{b+8} + 1 - \frac{3}{c+10} + 1 - \frac{3}{d+12} = \dots\dots\dots 1p \\ & = 4 - 3 \left(\frac{1}{a+6} + \frac{1}{b+8} + \frac{1}{c+10} + \frac{1}{d+12} \right) \dots\dots\dots 1p \\ & = 4 - 3 \cdot \frac{2692}{2019} = 0 \dots\dots\dots 1p \end{aligned}$$

b. Numărul are forma $3^a \cdot 5^b \cdot A = M_{45}$, $a \geq 2, b \geq 1$

1p

Dacă $A=1$, $(a+1)(b+1) = 45 \Rightarrow$

a+1	3	9	5	15
b+1	15	5	9	3

a	2	8	4	14
b	14	4	8	2

Deci numerele vor fi $3^2 \cdot 5^{14}$; $3^8 \cdot 5^4$; $3^4 \cdot 5^8$; $3^{14} \cdot 5^2$

1p

Dacă $A \geq 2$, pentru a fi cel mai mic luăm forma $3^a \cdot 5^b \cdot 2^c$, $a \geq 2, b \geq 1, c \geq 1$

$(a+1)(b+1)(c+1) = 45 \Rightarrow$

a+1	3	3	5
b+1	3	5	3
c+1	5	3	3

a	2	2	4
b	2	4	2
c	4	2	2

Deci numerele vor fi $3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^4$; $3^2 \cdot 5^4 \cdot 2^2$; $3^4 \cdot 5^2 \cdot 2^2$;

1p

Cel mai mic dintre ele este $3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^4 = 3600$

1p

2 Soluție:

$n = 44c_1 + 7$ și $n = 42c_2 + 5$

2p

$3n = 132c_1 + 21$ și $4n = 168c_2 + 20$

2p

Scazând cele două relații obținem $n = M_{12} - 1 = M_{12} - 12 + 11$

2p

Restul $r = 11$

1p

3 Soluție:

Figura

1p

Din congruența $\triangle ABF$ și $\triangle DBF$ rezultă că $[AF] \equiv [DF]$

1p

Fie $\{L\} = BC \cap DF$. Notăm $m(\sphericalangle BDL) = x^\circ$, atunci $m(\sphericalangle FAD) = x^\circ$ și $m(\sphericalangle DBL) = 90^\circ - x^\circ$

1p

$m(\sphericalangle ABC) = m(\sphericalangle ACB) = 90^\circ - x^\circ$ și atunci $m(\sphericalangle BAC) = 2x^\circ$

1p

$m(\sphericalangle FAB) + m(\sphericalangle CAB) = 3x^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$

1p

Obținem că $\triangle ADF$ echilateral

1p

$P_{\triangle ADF} = 3AD = 3 \cdot 20 = 60$ cm

1p

4. Soluție:

Figura

1p

a. Fie $AD \cap MN = \{O\}$ Din congruența triunghiurilor $\triangle AOM$ și $\triangle AON$ rezultă că $[AM] \equiv [AN]$

1p

Din congruența triunghiurilor $\triangle MOD$ și $\triangle NOD$ rezultă $[MD] \equiv [ND]$

1p

b. Din congruența triunghiurilor $\triangle AMD$ și $\triangle AND$ rezultă $\sphericalangle AMD \equiv \sphericalangle AND$

1p

Rezulta $\sphericalangle BMD \equiv \sphericalangle CND$ având același suplement

1p

c. Din congruența triunghiurilor $\triangle BMD$ și $\triangle CND$ rezultă că $[BM] \equiv [CN]$

1p

$AB = AM + MB = AN + NC = AC$, deci triunghiul ABC este isoscel

1p