

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "SFERA"- ediția a-XV-a
BĂILEȘTI, 31 martie 2018
Clasa a VI-a



Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1- 5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect

1. Dacă $a = 3^{57}$, $b = 5^{30}$, $c = 2^{76}$. Ordinea crescătoare a celor trei numere este:
a) $a < b < c$ b) $b < c < a$ c) $a < c < b$ d) $b < a < c$ *****
2. Fie x, y, z numere naturale astfel încât $5x - 2y - 7z = 2$. Dacă notăm cu "r" restul împărțirii lui $x + y$ la 7 și "q" restul împărțirii lui $y + z$ la 5 atunci:
a) $r = q$ b) $r < q$ c) $q < 3$ d) $q = 4$; *****
3. În jurul unui punct sunt 12 unghiuri, având măsurile exprimate prin numere naturale consecutive impare. Al 12- lea unghi are măsura minimă de:
a) 75^0 b) 19^0 c) 35^0 d) 11^0 ; *****
Prof Mirea Mihaela Mioara
4. Numerele naturale a, b, c, d, e și f sunt direct proporționale cu 6 numere naturale consecutive, iar $a + b + c + d + e + f = 84$.
Ultima cifră a numărului $N = 3^a + 3^b + 3^c + 3^d + 3^e + 3^f$ este:
a) 3 b) 6 c) 1 d) 0 *****
5. Fie triunghiul ABC în care avem $m(\angle BAC) = 110^0$, $DE \perp AB$, $AD = DB$,
 $FG \perp AC$, $AG = GC$, $BE = EF$, $E, F \in (BC)$. Măsura unghiului BCA este :
a) 20^0 b) 25^0 c) 15^0 d) 30^0 ; *****

Probleme propuse de prof Mirea Mihaela Mioara, Craiova

Partea a –II-a

Pentru problemele 1 și 2, scrieți pe lucrare rezolvările complete.

Problema 1 (25 puncte)

Fie $A = \{100, 101, 102, \dots, 199\}$. Arătați că oricum am alege 51 de numere din mulțimea A, există printre cele alese cel puțin două numere care au ca divizor comun pe 3, pe 5 sau pe 7.

*Prof. Dan Nedeianu, Drobeta Turnu Severin
G.M. 11/2015*

Problema 2 (15 puncte)

În triunghiul ABC și $D \in (BC)$ este piciorul înălțimii din A, iar $E \in (BC)$ astfel încât $m(\angle EAD) = m(\angle EAB)$. Dacă $(AC) \equiv (AE)$ și $m(\angle ACB) = 2 \cdot m(\angle ABC)$, atunci aflați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

*Prof. Florin Lucian Sendroiu, Târgu Cărbunești
Sfera Matematicii nr. 24*

Timp de lucru: 2 ore și 30 minute. Din oficiu se acordă: 10 puncte.

BAREM DE CORECTARE CLASA a VI-a

Partea I

1. b) 2. d) 3. b) 4. b) 5. a)

Partea a II a

1. M_1 multimea numerelor naturale din A care sunt divizibile cu 3.....2p
 M_2 multimea numerelor naturale din A care sunt divizibile cu 5.....2p
 M_3 multimea numerelor naturale din A care sunt divizibile cu 7.....2p
Numarul elementelor din M_1 este 33.....2p
Numarul elementelor din M_2 este 20 2p
Numarul elementelor din M_3 este 14 2p
Numarul elementelor din $M_1 \cap M_2$ este 7..... 2p
Numarul elementelor din $M_1 \cap M_3$ este 5 2p
Numarul elementelor din $M_2 \cap M_3$ este 3 2p
Numarul elemntelor din $M_1 \cup M_2 \cup M_3$ este 53..... 2p
Avem 47 de numere care nu sunt divizibile nici cu 3, nici cu 5 si nici cu 7, deci daca alegem
51 de numere vom avea cel putin 4 numere divizibile cu 3, 5 sau cu 7.3p
Utilizand principiul cutiei, deducem ca cel putin doua dintre acestea se divid cu acelasi
numar 3, 5 sau 7..... 2p

1. $m(\angle ABE) = m(\angle ABC)$ 3 p
 $m(\angle BAC) = 90^\circ$ 5 p
 $m(\angle BCA) = 60^\circ$ 5 p
 $m(\angle CBA) = 30^\circ$ 2 p