CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SFERA” - EDIȚIA a XV-a

BĂILEȘTI, 31 MARTIE 2018

CLASA a VII-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

1.Suma $S=\sqrt{2+\frac{1}{4}}+\sqrt{1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}}+\sqrt{1+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{81}+\frac{1}{100}}$ este egală cu:

a) $\frac{9}{10}$; b) $\frac{99}{10}$; c) $\frac{1}{9}$; d) $\frac{10}{9}$.

2. Fie ABCD un trapez isoscel cu AB // CD , AD=BC, AC$\perp BD$, T mijlocul lui [CD], K mijlocul lui [AB].Dacă aria trapezului este 1024 cm^2 , înălțimea trapezului este :

a) 64 cm . b) 52 cm c) 32 cm d) 40 cm

3. Numărul soluțiilor reale ale ecuației $\frac{x(x+3)+2}{x(x+3)-10}=\frac{x(x+3)-3}{x(x+3)+15}$ este :

a) 0 ; b) 1 ; c) 2 ; d) 3.

4. Media geometrică a numerelor raționale *x* și *y* astfel ca $\frac{x}{\sqrt{2}-1}+\frac{y}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}$ este:

a) $\frac{1}{4}$; b) 2 ; c) 1; d) $\frac{1}{2}$.

5. Fie ABC triunghi oarecare, D∈(AC), $2AD=3DC$, *E*∈(*BD*), *BE*=*ED*.

Dacă AE ∩ BC={ F }, FC=10 cm, atunci FB este egală cu:

a) 8 cm b) 9 cm c) 7,5 cm d) 6 cm

Subiecte propuse de prof. Doina Firicel , Calafat, Dolj

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 notează pe lucrare rezolvările complete

1. a) Fie ABCD un trapez dreptunghic de baze [AB] și [CD], m(<A)=m(<D)=90º.
Dacă $AD=2\sqrt{AB\cdot CD}$ arătați că BC=AB+CD .

Prof. Marian Firicel, Calafat, Dolj

b) Se consideră triunghiul ABC şi punctul $D\in(BC)$. Medianele din B şi C intersectează dreapta AD în punctele M şi N. Să se arate că $\frac{MD}{MA}+\frac{ND}{NA}=1$.

Prof. Gheorghe Stoica, Petroșani

2. Găsiți numerele naturale $\overline{abc}$, cu cifre distincte, nenule, astfel încât :

$$\sqrt{3\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{\overline{ac}}}=b-a\ .$$

Prof. Nicolae Ivășchescu, Canada, Sfera Matematicii, nr.24

Timp de lucru: 2 ore și 30 minute. Din oficiu se acordă : 10 puncte

BAREM DE CORECTARE-Clasa a VII-a

Partea I (5 x 10 p.)

1. b); 2. c); 3. c); 4. d); 5.d)

Partea a II-a

1.a) Ducem $CE \perp AB, E \in AB$. Atunci AECD dreptunghi, deci AE=DC. **(2p)**

Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul CEB și obținem:

$$CE^2 + BE^2 = BC^2$$ **(2p)**

Rezultă $AD^2 + (AB - CD)^2 = BC^2$, **(2p)**

de unde $4AB \cdot CD + (AB - CD)^2 = BC^2$. **(2p)**

Adică, $(AB + CD)^2 = BC^2$, rezultă $BC=AB+CD$. **(2p)**

b)Fie Q şi P mijloacele laturilor $[AB]$ şi $[AC]$. **(2p)**

Aplicând teorema lui *Menelaus* în triunghiurile ABD şi ACD

cu transversalele $Q-N-C$ şi respectiv $P-M-B$

obţinem $\frac{AQ}{QB} \cdot \frac{BC}{DC} \cdot \frac{DN}{NA} = 1$ şi $\frac{AP}{PC} \cdot \frac{CB}{DB} \cdot \frac{DM}{MA} = 1$, **(4p)**

de unde $\frac{DN}{NA} = \frac{DC}{BC}$ şi $\frac{DM}{MA} = \frac{DB}{CB}$. **(2p)**

Prin adunare, avem $\frac{MD}{MA} + \frac{ND}{NA} = \frac{DC}{BC} + \frac{DB}{CB} = \frac{DC + DB}{BC} = 1$. **(2p)**

2. Constatăm că $a, b, \overline{ab}$ sunt pătrate perfecte. **(4p)**

Deoarece a și b sunt cifre rezultă $a, b \in \{1, 4, 9\}$. **(4p)**

Deoarece $\overline{ab}$ este pătrat perfect înseamnă că a nu poate fi egal cu 9. **(4p)**

Deoarece $b > a$, avem cazurile $a = 1, b = 4$; $a = 4, b = 9$ și $a = 1, b = 9$. **(6p)**

Analizând fiecare caz obținem că $\overline{abc} = 146$. **(2p)**