Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că numărul $n=\frac{1}{\sqrt{3}-1}-\frac{1}{\sqrt{3}+1}$ este natural.

5p **2.** Determinați numărul real m pentru care punctul $A(1,2)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+3m$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x+\log_x 2=2$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $M=\{1,2,3,4\}$, acesta să verifice inegalitatea $\frac{(n+2)!}{n!}\le 20$.

5p **5**. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,a)$, $B(b,7)$ și $C(2,5)$, unde a și b sunt numere reale. Știind că punctul C este mijlocul segmentului AB, determinați numerele reale a și b.

5p **6.** Calculați lungimea laturii AC a ΔABC, știind că $AB=6$, $m(\sphericalangle B)=45^\circ$ și $m(\sphericalangle C)=30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră determinantul $D(x)=\begin{vmatrix} x & x & x \\ 3 & -1 & x \\ 2 & x & -1 \end{vmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $D(-2)=16$.

5p **b)** Demonstrați că $D(x)=x(x+1)(6-x)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele naturale a pentru care $D\left(\sqrt{a}\right)=0$.

2. Se consideră matricea $M(m)=\begin{pmatrix} 1 & 2-m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $M(1)+M(3)=2M(2)$.

5p **b)** Demonstrați că $M(m)\cdot M(n)=M(m+n-2)$, pentru orice numere reale m și n.

5p **c)** Determinați numărul real x, știind că $M(x)\cdot M(x)=M\left(x^2-1\right)$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x-2}$.

5p **a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)}{x-3}=2$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(2x)}{f(x)}$.

5p **c)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} 2x^2-3x+4, & x\in(-\infty,1) \\ 3x, & x\in[1,+\infty) \end{cases}$.

5p **a)** Demonstrați că funcția f este continuă în punctul $x=1$.

5p **b)** Calculați $\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{f(x)} - 3}{x - 3}$.

5p **c)** Se consideră funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 1 + x^3 - x^4$. Demonstrați că ecuația $(f + g)(x) = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $(0, 2)$.

Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$n=\frac{\sqrt{3}+1}{2}-\frac{\sqrt{3}-1}{2}=$	**3p**
	$=\frac{2}{2}=1\in\mathbb{N}$	**2p**
2.	$f(1)=2\Leftrightarrow -1+3m=2$	**3p**
	$m=1$	**2p**
3.	$\log_2 x+\frac{1}{\log_2 x}=2\Rightarrow(\log_2 x-1)^2=0$	**3p**
	$\log_2 x=1\Rightarrow x=2$, care verifică ecuația	**2p**
4.	Mulțimea M are 4 elemente, deci sunt 4 cazuri posibile	**1p**
	În mulțimea M sunt 3 numere care verifică inegalitatea dată, deci sunt 3 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{3}{4}$	**2p**
5.	Mijlocul segmentului AB este punctul $C(2,5)$, deci $\frac{1+b}{2}=2$ și $\frac{a+7}{2}=5$	**3p**
	$a=3$ și $b=3$	**2p**
6.	$\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}\Rightarrow AC=\frac{6\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=$	**3p**
	$=6\sqrt{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$D(-2)=\begin{vmatrix}-2 & -2 & -2\\ 3 & -1 & -2\\ 2 & -2 & -1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=-2+12+8-4+8-6=16$	**3p**
b)	$D(x)=\begin{vmatrix}x & x & x\\ 3 & -1 & x\\ 2 & x & -1\end{vmatrix}=x+3x^2+2x^2+2x-x^3+3x=-x^3+5x^2+6x=$	**3p**
	$=x\left(-x^2+5x+6\right)=x(x+1)(6-x)$, pentru orice număr real x	**2p**
c)	$\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)\left(6-\sqrt{a}\right)=0$	**2p**
	$a=0$ sau $a=36$	**3p**

2.a)	$M(1)+M(3)=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&-1\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=2M(2)$	**2p**
b)	$M(m)\cdot M(n)=\begin{pmatrix}1&2-m\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2-n\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2-n+2-m\\0&1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1&2-(m+n-2)\\0&1\end{pmatrix}=M(m+n-2)$, pentru orice numere reale m și n	**2p**
c)	$M(2x-2)=M\left(x^2-1\right)$	**3p**
	$2x-2=x^2-1$, de unde obținem $x=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-4x+3}{(x-2)(x-3)}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{(x-3)(x-1)}{(x-2)(x-3)}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x-1}{x-2}=2$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(2x)}{f(x)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4x^2-8x+3}{2x-2}\cdot\frac{x-2}{x^2-4x+3}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3\left(4-\frac{8}{x}+\frac{3}{x^2}\right)\left(1-\frac{2}{x}\right)}{x^3\left(2-\frac{2}{x}\right)\left(1-\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}\right)}=$	**3p**
	$=\frac{4}{2}=2$	**2p**
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2-4x+3}{x(x-2)}=1$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-2x+3}{x-2}=-2$, deci dreapta de ecuație $y=x-2$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p**
2.a)	$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x<1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x<1}}\left(2x^2-3x+4\right)=3$, $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x>1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\x>1}}(3x)=3$	**2p**
	Cum $f(1)=3$, obținem $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=f(1)$, deci funcția f este continuă în punctul $x=1$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{f(x)}-3}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{3x}-3}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{3x-9}{(x-3)\left(\sqrt{3x}+3\right)}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to 3}\frac{3}{\sqrt{3x}+3}=\frac{1}{2}$	**2p**
c)	$f+g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $(f+g)(x)=\begin{cases}-x^4+x^3+2x^2-3x+5, & x\in(-\infty,1)\\ -x^4+x^3+3x+1, & x\in[1,+\infty)\end{cases}$ este funcție continuă	**2p**
	$(f+g)(0)=5>0$ și $(f+g)(2)=-1<0$, deci ecuația $(f+g)(x)=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $(0,2)$	**3p**