MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2018

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman

Clasa a IX–a

Problema 1.

Se dă funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(m+1)x^2-2(m+2)\cdot x+m+2, m\neq 1$.
Să se determine parametrul real m astfel încât:
a) ${x_1}^2+{x_2}^2=x_1\cdot x_2$, unde x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuației $f(x)=0$.
b) Graficul funcției să nu intersecteze axa (Ox).
c) $f=f(x)$ să aibă valoarea minima negativă.

Problema 2.

Fie $ABCDEF$ un hexagon regulat având latura de lungime $l>0$.
Determinați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}$, în funcție de l.

Problema 3.

Pe laturile AB, BC, DAși DCale patrulaterului convex $ABCD$, se consideră punctele M, N, P, Q astfel încât:
$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{NC}, \overrightarrow{DQ}=2\overrightarrow{QC}, \overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PD}$.
Să se demonstreze că dacă $3\cdot\left(\overrightarrow{PN}+\overrightarrow{MQ}\right)=2\cdot\left(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}\right)+\overrightarrow{AC}$, atunci $ABCD$ este paralelogram.

Problema 4.

Două corpuri aflate la o distanță de 153 de metri se deplasează unul către celălalt. Primul corp parcurge 10m/s, iar al doilea parcurge în prima secundă 3m și în fiecare secundă următoare cu 5m mai mult decât în secunda precedentă. După câte secunde se întâlnesc cele două corpuri?

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2018

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman

Clasa a X–a

Problema 1.

a) Să se rezolve, în $\mathbb{R}$, ecuația: $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}}+\sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}}=2$.

b) Să se rezolve, în$\mathbb{R}$, inecuația: $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{6-5x}{5x+2}} \leq \frac{25}{4}$.

Problema 2.

a) Calculați: $A=\dfrac{1}{\log_{a} x}+\dfrac{1}{\log_{a^2} x}+\ldots+\dfrac{1}{\log_{a^n} x}$, unde $a,x\in(0,\infty)\setminus\{1\}, n\in\mathbb{N}^*$.

b) Notăm $t=\log_2 3$. Dacă $u=\log_{12}18$ și $v=\log_{24}54$, să se demonstreze că $u\cdot v+5(u-v)=1$.

Problema 3.

Fie $a\in(0,\infty)\setminus\{1\}, b\in(0,\infty)$ și $c\in[0,\infty)$ astfel încât $\log_a(bx+c)=b\log_a x+c, (\forall)\, x\in(0,\infty)$.

a) Să se demonstreze că $\log_a(ab+c)=b+c$.

b) Să se demonstreze că $\log_a\left(\dfrac{b}{a}+c\right)=c-b$.

c) Să se determine numerele a,b,c care satisfac egalitatea din enunț, $(\forall) x\in(0,\infty)$.

Problema 4.

Unui angajat al unei firme de vânzări autoturisme i se acordă, pe lângă salariul de bază de 400 RON/lună și ur comision din vânzări după cum urmează: dacă reușește să vândă cel puțin 20 de mașini în acea lună, i se dă ur comision de 300 RON pentru fiecare mașină vândută, iar pentru ceea ce depășește 20 de mașini vândute i se dă ur comision de 400 RON pentru fiecare mașină vândută.

a) Determinați funcția pe baza căreia i se calculează salariul vânzătorului.

b) Cât primește el într-o lună pentru 10 mașini vândute?

c) Câte mașini trebuie să vândă într-o lună pentru a câștiga 10000 RON în acea lună?

<u>Notă</u>: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN IAŞI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2018

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman

Clasa a XI–a

Problema 1.
În factura pe care o primeşte o familie de la S.C.Apavital Iaşi se află următoarele informații:

Servicii	Cantitatea	Preț/lei/ m^3	Cota *TVA*
Apă rece potabilă	$17m^3$	$3,40$	9%
Canalizare apă	$17m^3$	$2,53$	19%

a) Ce sumă îi revine Societății Comerciale Apavital Iaşi pentru serviciile furnizate?
b) Ce sumă pleacă la bugetul de stat?
c) Ce procent reprezintă suma ce pleacă la bugetul de stat din suma totală plătită de familie?

Problema 2.
În tabelul de mai jos este prezentată distribuția elevilor dintr-o şcoală generală după înălțime.

Înălțimea (cm)	$[150,154)$	$[154,158)$	$[158,162)$	$[162,166)$	$[166,170)$	$[170,174]$
Număr de elevi	38	65	175	190	111	62

a) Demonstrați că $|M_o - M_e| < 0,3\,\text{cm}$ (M_o = dominanta, M_e = mediana).

b) Care dintre caracteristicile M_o , M_e este reprezentativă pentru populația statistică din această şcoală?

c) Câți elevi au înălțimea cuprinsă în intervalul $\left[\overline{X}+\left|\overline{X}-M_e\right|, \overline{X}+\left|\overline{X}-M_o\right|\right]$ ($\overline{X}$ = înălțimea medie)?

Problema 3.

a) Fie G un graf cu n vârfuri ($n \geq 3$) şi $\dfrac{n^2-3n+4}{2}$ muchii. Să se demonstreze că G nu are vârfuri izolate.

b) Un grup format din 15 elevi joacă 92 partide de şah. Ştiind că orice pereche de elevi joacă cel mult o partidă, să se demonstreze că fiecare elev joacă cel puțin o partidă de şah.

Problema 4.
Este cunoscut rezultatul: " **Pentru orice graf conex planar** $G=(X,U)$ **cu mai mult de trei vârfuri avem următoarea inegalitate** $|U| \leq 3|X|-6$ ". Să se demonstreze că orice graf complet cu $|X| \geq 5$, nu este planar ($|X|$ este cardinalul mulțimii X) .

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2018

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman

Clasa a XII–a

Problema 1.

Fie matricele $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, a, b, c numere reale.

a) Calculați B^2 și B^3.
b) Calculați B^{2018}.
c) Demonstrați că $A = a \cdot I_3 + b \cdot B + c \cdot B^2$.

Problema 2.
Fie punctele $A(1, 3)$, $B(2, -1)$, $C(-2, 2)$, $D(a, 3a-2)$, unde a este un număr real.
a) Calculați aria triunghiului ABC.
b) Pentru ce valori ale numărului real a, punctele A, B, D sunt coliniare?

Problema 3.

Fie x un număr real și matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & x^2-1 \\ 1 & x-1 \end{pmatrix}$.

a) Demonstrați că $(A(x))^2 = 2x \cdot A(x)$, pentru orice x număr real.
b) Aflați numărul real x astfel încât $(A(x))^4 + (A(x))^2 = O_2$.
c) Demonstrați că nu există matrice X de ordinul 2 cu elementele numere reale astfel încât $X^2 = A(0)$.

Problema 4.
Numim cod o matrice A de ordin 3 care are trei elemente egale cu 1, iar restul egale cu 0. Dacă, în plus, $\det A \neq 0$, codul se numește supercod.
a) Dați exemplu de un cod și un exemplu de supercod.
b) Dacă A este un supercod, arătați că pe fiecare linie și pe fiecare coloană există un singur 1.
c) Care este numărul codurilor pe care le putem forma?

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*