COLEGIUL NAȚIONAL IAŞI
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 2009

CLASA a V-a

1. Fie $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n,$ unde $n \in \mathbb{N}, n \geq 3.$

a) Pentru $n = 10,$ stabiliți care este cifra miilor numărului $A.$

b) Determinați cel mai mic număr n pentru care A se divide cu 1000.

c) Pentru n găsit anterior, demonstrați că A nu este pătrat perfect.

2. a) Determinați numerele $\overline{68ab}$ care, la împărțirea prin 33, dau restul 23.

b) Fie $a = 3^{2^n} + 1,$ $n \in \mathbb{N}.$ Să se determine valorile lui n pentru care a este pătrat perfect.

3. Se consideră şirul 2, 10, 26, 58, 122, ...

a) Scrieți încă trei termeni ai şirului.

b) Determinați al 2009-lea termen al şirului.

Subiect elaborat de Valerica Bența

COLEGIUL NAȚIONAL IAŞI
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 2009

CLASA a VI-a

1. Se consideră unghiurile adiacente şi suplementare $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$. În semiplanul delimitat de dreapta AC care conține punctul B, se consideră punctele M şi N astfel încât $OM \perp OA$ şi $ON \perp OB$. Dacă $m(\sphericalangle CON) = 4 \cdot m(\sphericalangle AOB)$, determinați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle CON$ şi $\sphericalangle MON$.

2. a) Aflați numerele prime a şi b pentru care $5(a + 105) + b = 5a^2 - 2003.$

b) Determinați valorile naturale ale lui n pentru care $2^{3n} + 2$ şi $3^{2n} + 1$ sunt simultan divizibile cu 10.

3. a) Determinați numerele naturale n pentru care fracția $\dfrac{3n+1}{2n+3}$ este reductibilă.

b) Demonstrați că $\dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{4^2} + \dfrac{1}{6^2} + ... + \dfrac{1}{2010^2} < \dfrac{2009}{2010}.$

Subiect elaborat de Gabriela Zanoschi