INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SIBIU

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 24.02.2018
Clasa a IX-a

1. (7p) Dacă $x, y \geq 1$, arătați că $\dfrac{x}{1+x^n}+\dfrac{y}{1+y^n}\leq 1$ pentru orice număr natural $n \geq 2$.

2. (7p) Demonstrați că 9 divide 16^n+4^n-2 pentru orice număr natural *n*.

3. (7p) În triunghiul ABC se consideră punctul $D \in (BC)$, astfel încât $BD = 2DC$, *E* mijlocul segmentului $[AB]$ și *F* mijlocul medianei din *C*. Arătați că punctele A, F, D sunt coliniare și $4AF = 3AD$.

4. (7p) Se consideră 3 numere naturale termeni ai unei progresii geometrice, nu neapărat consecutivi. Știind că suma celor trei termeni este un număr par, demonstrați că toate numerele sunt pare. Rămâne proprietatea valabilă pentru 5 numere? Justificați răspunsul.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru: 3 ore.