

Barem de corectare OLM 2018 Clasa a X-a**P1 – manual**

Pentru $x=0 \Rightarrow f(0)=1$	1p
Dacă se înlocuiește x cu $[x]$ se obține $f([x])=1-7[x]$.	2p
Dacă se înlocuiește x cu $\{x\}$ se obține $f(\{x\})=1-7\{x\}$.	2p
Înlocuind cele două relații găsite în cea inițială se obține $f(x)=-7x+1$, care este funcție descrescătoare și inversabilă pe R .	2p

P2 – autor Dorian Dorca

I. $a, b \in (-1, 3) \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{4-a}{5} > 0; \log_{\frac{1}{2}} \frac{2+b}{5} > 0$	2p
Aplicând inegalitatea mediilor $1 = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{4-a}{5} \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{2+b}{5}} \leq \frac{\log_{\frac{1}{2}} \frac{4-a}{5} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{2+b}{5}}{2}$	2p
$2 \leq \log_{\frac{1}{2}} \frac{4-a}{5} \cdot \frac{2+b}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \geq \frac{(4-a)(2+b)}{25}$	2p
$E(a, b) = ab + 2a - 4b \geq \frac{7}{4}$, deci valoarea minimă este $\frac{7}{4}$ (atinsă pentru $a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$).	1p
Obs. Dacă se folosesc substituțiile $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4-a}{5} = \alpha > 0; \log_{\frac{1}{2}} \frac{2+b}{5} = \beta > 0$, atunci $E(a, b) = 8 - \frac{25}{2^{\alpha+\beta}} = F(\alpha, \beta)$; E este minimă d.d. F este minimă, adică $\alpha + \beta$ minim, adică $\alpha + \beta = 2$; $F(\alpha, \beta) \geq \frac{7}{4}$	

P3 – autor ***

$2^x - \frac{1}{2^{x-1}} = t \Rightarrow 2^{3x} - \frac{8}{2^{3x}} = t^3 + 6t$	3p
Ecuția devine $t^3 = 1$, având pe 1 singura soluție reală.	2p
Se obține ecuația $2^x - \frac{1}{2^{x-1}} = 1$ cu soluția 1.	2p

P4 – autor Traian Tămâian (GM)

In planul complex se consideră punctele de afixe corespunzătoare: $A(a), B(b), C(c), D(d), E(e), F(f), G_1(g_1), G_2(g_2), G_3(g_3), G_4(g_4)$	1p
$M\left(\frac{a+b}{2}\right), N\left(\frac{b+c}{2}\right), P\left(\frac{a+f}{2}\right), Q\left(\frac{d+e}{2}\right), R\left(\frac{c+d}{2}\right), S\left(\frac{e+f}{2}\right)$	1p
$G_1\left(\frac{2a+2b+c+f}{6}\right), G_2\left(\frac{b+c+d}{3}\right), G_3\left(\frac{2d+2e+c+f}{6}\right), G_4\left(\frac{a+e+f}{3}\right)$	2p
$G_1G_2G_3G_4$ paralelogram $\Leftrightarrow g_1 + g_3 = g_2 + g_4$, ceea ce se verifică.	3p