Barem de corectare OLM 2018 Clasa a VIII-a

P1 – autor Cristian Săuchea

a) $\left\lvert \frac{6x+5}{4} \right\rvert \le 2$, $x \in \mathbb{Z} \iff x \in \{-2,-1,0\}$	**2p**
$x=-2 \Rightarrow \left[10^{-2}-7^{-2}\right]=-1$; $x=-1 \Rightarrow \left[10^{-1}-7^{-1}\right]=-1$; $x=0 \Rightarrow \left[10^{0}-7^{0}\right]=0$	**2p**
b) $\sqrt{100^x-2\cdot 70^x+49^x}=10^x-7^x$	**1p**
$\sqrt{49^x}=7^x$, $\sqrt{\sqrt{10000^x}}=10^x$	**1p**
Numărul dat este egal cu 0, deci este număr natural.	**1p**

P2 – autor ***

a) $x^2-2xy+y^2+4x^2-4xy+y^2+12x-6y+9=$	**1p**
$=(x-y)^2+(2x-y)^2+6(2x-y)+9=(x-y)^2+(2x-y+3)^2 \ge 0, \forall x,y \in R$	**2p**
b) $n^2=4c+r,\ c,r \in N, 0 \le r \le 3$	**1p**
$n=2k \Rightarrow n^2=4k^2 \Rightarrow r=0$	**1p**
$n=2k+1 \Rightarrow n^2=4k(k+1)+1 \Rightarrow r=1$	**1p**

P3 – autor Corina Constantin

a) Conform teoremei celor 3 perpendiculare rezultă $PT \perp AC$, de unde $d(P,AC)=PT$.	**1p**
ΔABC dreptunghic în A, $[AM]$ mediană $\Rightarrow BC=20$ cm	**1p**
Din teorema lui Pitagora $AB=16$ cm, dar $[MT]$ linie mijlocie $MT=8$ cm	**1p**
$PM \perp (ABC), MT \subset (ABC) \Rightarrow PM \perp MT \Rightarrow \Delta PMT$ dreptunghic în $M \Rightarrow PT=8\sqrt{2}$ cm	**1p**
b) $MQ \perp ST, Q \in (ST) \Rightarrow PQ \perp ST$; dacă $MR \perp PQ$, atunci $MR \perp (PST), MR=d(M,(PST))$	**1p**
ΔMST dreptunghic în $M \Rightarrow MQ=\frac{MS\cdot MT}{ST}=4{,}8$ cm	**1p**
ΔPMQ dreptunghic în $M \Rightarrow PQ=\frac{8\sqrt{34}}{5}$ cm, de unde $MR=\frac{12\sqrt{34}}{17}$ cm	**1p**

P4 – autor Nicolae Stănică (GM)

a) C' este mijlocul lui $[D'P]$; fie $E \in (ABC)$, unde C este mijlocul lui $[AE]$.	**1p**
Q proiecția lui P pe $(ABC) \Rightarrow C$ mijlocul lui $[DQ]$	**1p**
$QR \perp AC \Rightarrow R$ mijlocul lui $[CE]$, deci $d(P,AC)=PR$	**1p**
$\Delta PQR \equiv \Delta B'BO''$, unde O'' este centrul pătratului $ABCD \Rightarrow PR=B'O''=2\sqrt{6}$ cm.	**1p**
b) Dacă $BM=x<4$ și T proiecția lui O pe BB', atunci $OT=2$ cm, $MT=\lvert x-2\rvert$ și $OM=\sqrt{x^2-4x+8}$	**1p**
$A_{BOM}=\frac{OB\cdot OM\cdot \sin\sphericalangle BOM}{2}=\frac{BM\cdot OT}{2}$	**1p**
$\frac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{x^2-4x+8}}{\sqrt{5}}=x \iff 3x^2-32x+64=0 \iff (x-8)(3x-8)=0$, de unde $BM=\frac{8}{3}$ cm	**1p**