Barem de corectare OLM 2018 Clasa a VII-a

P1 – autor Lucian Petrescu (GM)

$d=(a,b)$, $m=[a,b]$, atunci $a\cdot b=d\cdot m$	**2p**
Amplificând corespunzător $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{m}=\frac{1}{d}\Leftrightarrow\frac{b}{ab}+\frac{a}{ab}+\frac{d}{md}=\frac{m}{md}\Leftrightarrow d+a+b=m$	**5p**

P2 – autor Cristian Buțiu

$3a=1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot3+3\cdot4\cdot3+...+99\cdot100\cdot3=1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot(4-1)+3\cdot4\cdot(5-2)+...+99\cdot100\cdot(101-98)$ $3a=1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot4-1\cdot2\cdot3+3\cdot4\cdot5-2\cdot3\cdot4+...+99\cdot100\cdot101-98\cdot99\cdot100$ $3a=99\cdot100\cdot101$	**2p**
$b=\frac{2-1}{1\cdot(1+1)}+\frac{3-2}{2\cdot(1+2)}+\frac{4-3}{3\cdot(1+3)}+...+\frac{k+1-k}{k\cdot(k+1)}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+...+\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}=1-\frac{1}{k+1}=\frac{k}{k+1}$	**3p**
$\frac{3a}{b}=\frac{99\cdot100\cdot101\cdot(k+1)}{k}\Rightarrow10^4(10^2+1)=\frac{99\cdot100\cdot101\cdot(k+1)}{k}\Rightarrow k\cdot100=99\cdot(k+1)\Rightarrow \mathrm{k}=99$	**2p**

P3 – autor Simona Dumitrescu

a) *D* este punct de pe bisectoarea unghiului *BAC*, deci $d(D,AB)=d(D,AC)$.	**1p**
$\frac{A_{\Delta ABD}}{A_{\Delta ACD}}=\frac{AB\cdot d(D,AB)}{AC\cdot d(D,AC)}=3-2\sqrt{2}$	**2p**
b) $[OD]$ este linie mijlocie în triunghiul *AMN*, deci $NM \parallel OD$, de unde. $d(M,BC)=d(N,BC)$.	**1p**
Având aceeași bază și înălțimi egale $A_{\Delta BMC}=A_{\Delta BNC}$	**1p**
$A_{ABMC}=A_{ABC}+A_{BMC}=A_{ABC}+A_{BNC}=A_{ABNC}$	**2p**

P4 – autor ***

O intersecția dreptei *EH* cu diagonala $[BD]$; aplicând teorema lui Menelaus în ΔABD pentru rețeaua de puncte *E*-*F*-*O*, se obține $\frac{EA}{EB}\cdot\frac{OB}{OD}\cdot\frac{FD}{FA}=1$.	**3p**
Aplicând teorema lui Menelaus în ΔBCD pentru rețeaua de puncte *O*-*G*-*H*, se obține $\frac{OD}{OB}\cdot\frac{HB}{HC}\cdot\frac{GC}{GD}=1$.	**3p**
Înmulțind cele două relații rezultă concluzia.	**1p**