



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapă locală – Constanța, 17.02.2018

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL 1

- a) Determinați perechile de numere întregi care verifică inegalitatea:

$$x^2 + y^2 + 3 \leq 2(x - 2y)$$

- b) Fie numerele reale x și y astfel încât $x^2 + y^2 + 3 \leq 2(x - 2y)$.

Demonstrați că $y < x$ și $x + y \in [-3; 1]$.

SUBIECTUL 2

Se consideră numerele:

$$A = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{4} + \sqrt{3}) \dots (\sqrt{2019} - \sqrt{2018}) \text{ și}$$

$$B = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{4} - \sqrt{3}) \dots (\sqrt{2019} + \sqrt{2018})$$

- a) Să se calculeze $A \cdot B$ și să se arate că $A + B > 2$.

- b) Să se calculeze $\left[\frac{B}{1010 \cdot A} \right]$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului x .

SUBIECTUL 3

Fie prisma triunghiulară regulată dreaptă *COMPET* cu triunghiul *COM* echilateral, iar înălțimea prisme $CP = CO\sqrt{3}$. Știind că punctul A este simetricul lui M față de punctul C , $AT \cap CP = \{B\}$, iar punctul D este centrul feței *OMTE*, aflați:

- a) măsura unghiului dintre dreptele BD și PT ;
b) măsura unghiului dintre planele (TOB) și (MOC) .

Jurubiță Nicolae

SUBIECTUL 4

Se consideră ΔABC cu $[AB] \equiv [AC]$ și $m(\sphericalangle BAC) \leq 90^\circ$. Fie un punct T în exteriorul planului (ABC) astfel încât planele (ABC) și (BTC) să fie perpendiculare, iar proiecția punctului T pe BC să aparțină segmentului (BC) .

Construim $TM \perp AB$, $M \in AB$ și $TN \perp AC$, $N \in AC$. Arătați că $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$ dacă și numai dacă $AM + AN = BM + CN$.

G.M.B. nr.5/2015 – enunț modificat

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.