



## OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapă locală – Constanța, 17.02.2018

**Clasa a VII – a**

### SUBIECTUL 1

a) Dacă  $x$  și  $y$  sunt numere raționale cu proprietatea că  $x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 0$ , demonstrați că  $x = y = 0$ .

b) Determinați toate perechile de numere raționale  $(a, b)$  care verifică egalitatea  $\sqrt{2(a+1)^2} - 2\sqrt{2} = |b+1|\sqrt{3} - |\sqrt{2} - \sqrt{3}|$ .

### SUBIECTUL 2

Fie suma  $S_n = \frac{7}{6} + \frac{13}{12} + \frac{21}{20} + \dots + \frac{n^2 + 5n + 7}{n^2 + 5n + 6}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

a) Arătați că  $(n+2)(n+3) = n^2 + 5n + 6$ .

b) Arătați că  $S_n = \frac{(n+1)(2n+7)}{2(n+3)}$ .

c) Cercetați dacă există  $n \in \mathbb{N}$  astfel încât  $S_n \in \mathbb{N}$ .

### SUBIECTUL 3

Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $[AB] \equiv [AC]$  și punctul  $D \in (BC)$ . Paralelele construite prin  $D$  la dreptele  $AB$  și  $AC$  intersectează  $(AC)$  și  $(AB)$  în punctele  $F$ , respectiv  $E$ . Dacă  $EC \cap FD = \{N\}$  și  $FB \cap ED = \{M\}$ , demonstrați:

a)  $MN \parallel BC$

b)  $\frac{1}{MN} = \frac{1}{BD} + \frac{1}{CD}$ .

(G.M. nr. 3/2017)

### SUBIECTUL 4

În pătratul  $ABCD$  de latură 5 cm, se consideră punctele  $E \in (BC)$ ,  $F \in (CD)$  astfel încât  $m(\angle EAF) = 45^\circ$ . Dacă aria triunghiului  $CEF$  este de 3 cm<sup>2</sup>, calculați aria triunghiului  $AEF$ .

#### Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.