



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapă locală – Constanța 17.02.2018

Clasa a XII-a

Filiera teoretică: Profilul Uman–Specializarea Științe Sociale

SUBIECTUL 1

a) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(R)$. Determinați numerele reale a, b pentru care

$$a \cdot A^2 + b \cdot A + 2 \cdot I_3 = O_3.$$

b) Calculați $A_1 + A_2 + \dots + A_{100}$, știind că $A_n = \begin{pmatrix} 1 & n & n(n+1) \\ -n & 3 & n^2 \end{pmatrix}$, $n \in N^*$.

SUBIECTUL 2

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(R)$.

a) Calculați A^2 și A^3 .

b) Arătați că oricare ar fi $n \in N^*$, există $a_n \in N$ astfel încât $A^n = a_n \cdot A$.

c) Determinați $b_n \in N^*$ pentru care $A + A^2 + \dots + A^n = b_n \cdot A$, $\forall n \in N^*$.

SUBIECTUL 3

Se consideră egalitatea matriceală $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Arătați că dacă numerele reale x, y, z, t sunt în progresie aritmetică, atunci și numerele $a - b, b - c, c - d$ au aceeași proprietate.

SUBIECTUL 4

Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 2^x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(R)$, $x \in R$.

a) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$, $\forall x, y \in R$.

b) Calculați $A(1) \cdot A(2) \cdot \dots \cdot A(2018)$.

c) Calculați $(A(1))^{2018}$.

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu