



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 17.02.2018

Clasa a XII-a

Filiera teoretică: Profilul real- specializarea științele naturii

SUBIECTUL 1

Pe \mathbf{R} se definește legea: $x * y = 2xy - 3x - 3y + 6, \forall x, y \in \mathbf{R}$

- Să se arate că $\mathbf{R} / \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ este parte stabilă a lui \mathbf{R} în raport cu legea " * ";
- Să se demonstreze că $(\mathbf{R} / \left\{ \frac{3}{2} \right\}, *)$ este grup abelian;
- Să se compare numerele a și b, unde $a = 2 * 2 * 2 * \dots * 2$ (de 2018 ori) iar $b = \frac{1}{2} * \frac{3}{2} * \frac{5}{2} * \dots * \frac{4035}{2}$.

SUBIECTUL 2

Fie $G = (-1; 1)$ și legea $x * y = \frac{x+y}{1+xy}, \forall x, y \in G$.

- Să se determine m real astfel încât funcția $f: \mathbf{R}_+^* \rightarrow G, f(x) = \frac{mx-1}{x+1}$ să fie izomorfism între grupurile abeliene (\mathbf{R}_+^*, \cdot) și $(G, *)$;
- Fie $H = \left\{ M(a) = \frac{1}{\sqrt{1-a^2}} \begin{pmatrix} 1 & -a & 0 \\ -a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-a^2} \end{pmatrix}, a \in G \right\}$. Studiați proprietățile pe care le are operația de înmulțire a matricelor în H.

SUBIECTUL 3

Fie a un număr real și funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definită prin $f(x) = \begin{cases} (x+1)e^x, & \text{dacă } x < 0 \\ a\sqrt{x^2+1}, & \text{dacă } x \geq 0 \end{cases}$

- Arătați că f admite primitive dacă și numai dacă $a=1$;
- Pentru $a=1$ determinați primitivele funcției.

SUBIECTUL 4

Calculați integralele:

$$I_1 = \int \frac{\ln x}{x \ln 2x} dx, x > 1;$$

$$I_2 = \int x^5 \sqrt[3]{x^3+1} dx, x \in \mathbf{R};$$

$$I_3 = \int_{-1}^1 \frac{x^{2018}}{e^x+1} dx, x \in \mathbf{R}.$$

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu