



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 17.02.2018

Clasa a XI-a

Filiera teoretică: Profilul real – specializarea științele naturii

SUBIECTUL 1

a) Se consideră matricea $A \in \mathbf{M}_2(\mathbf{R})$. Arătați că $\det(A \cdot A') \geq 0$, unde A' reprezintă transpusa matricei A .

b) Rezolvați ecuația $X^2 = A$, unde $X \in \mathbf{M}_2(\mathbf{R})$ și $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

SUBIECTUL 2

a) Să se demonstreze că $\begin{vmatrix} 1-a-b & c & c \\ a & 1-b-c & a \\ b & b & 1-a-c \end{vmatrix} \geq 0, \forall a, b, c \in \mathbf{R}.$

b) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 6 & 3 & -3 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$. Determinați $x \in \mathbf{R}$ astfel încât

$$A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2018} = xA.$$

SUBIECTUL 3

a) Calculați următoarele limite de funcții: i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$; ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + 3\pi)}{x + 3\pi}$.

b) Să se calculeze raportul $\frac{a}{b}$, știind că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(ax) - \sin(ax)}{\operatorname{tg}(bx) - \sin(bx)} = 2018^3$.

SUBIECTUL 4

Determinați ecuațiile asimptotelor la graficul funcției

$$f: (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.