



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 17.02.2018

Clasa a X-a

Filiera tehnologică: Profilul Tehnic – toate specializările,
Profilul Servicii: – specializarea Resurse Naturale și Protecția Mediului

SUBIECTUL 1

Fie $z \in \mathbb{C}^*$. Dacă $|z^3 + z^{-3}| \leq 2$, atunci și $|z + \frac{1}{z}| \leq 2$.

SUBIECTUL 2

Fie $a \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$ și $x = \lg a$, $y = \log_6 a$ și $z = \log_{15} a$.

Demonstrați că $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = \frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \frac{1}{\log_5 a}$.

SUBIECTUL 3

a) Fie $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $a^2 + b^2 = 6$.

Arătați că $E(a; b) = \sqrt{a^4 + 24b^2} + \sqrt{b^4 + 24a^2}$ este constantă.

b) Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sqrt[3]{20 + a\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - a\sqrt{2}} = 4$

SUBIECTUL 4

Rezolvați ecuațiile:

a) $8 \cdot 9^{x^2} - 2 \cdot 15^{x^2} = 25^{x^2}$

b) $\log_3 3x + 2 \log_{\frac{1}{3}} x - \log_{\sqrt{3}} 9x = -3$

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu