



## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 17.02.2018

### Clasa a X-a

Filiera teoretică: Profilul real – specializarea științele naturii

#### SUBIECTUL 1

- a) Calculați partea întreagă a numărului real  $A = \sqrt[3]{n(n+1)(n+2)}$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- b) Determinați valorile lui  $x \in \mathbb{Z}$  pentru care  $\sqrt[3]{x^3 - 6x^2 + 12x - 1} \in \mathbb{Q}$ .

#### SUBIECTUL 2

- a) Fie  $a, b, c \in (0, \infty)$ . Arătați că, dacă  $2^a = 35$ ,  $5^b = 14$  și  $7^c = 10$ , atunci  $abc - (a + b + c) = 2$ .
- b) Demonstrați că pentru orice  $a, b \in (1, \infty)$  are loc inegalitatea:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \log_a \sqrt{b}}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \log_b a^2}} \leq \sqrt{2}$$

#### SUBIECTUL 3

Fie  $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$  și  $u = \frac{1-z}{1+z}$ . Determinați  $z$  astfel încât  $\bar{z} - u$  și  $u^2$  să fie simultan reale.

#### SUBIECTUL 4

Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuațiile:

- a)  $4^x + 9^x + 16^x = 6^x + 8^x + 12^x$
- b)  $\log_2(1 + \sqrt{x}) = \log_3 x$

#### Notă:

Timp de lucru 3 ore  
Toate subiectele sunt obligatorii  
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7  
Nu se acordă puncte din oficiu