



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etape locală – Constanța, 17.02.2018

Clasa a V-a

Barem de corectare și notare

SUBIECTUL 1.

Se consideră numărul natural

$$A = (4 \cdot 5^2)^2 : [3^{2018} : 3^{2016} + (2^{1007} \cdot 4^{503}) : 8^{671}] - (2^2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5) \cdot [(5^2)^3 : 25^2 - 2^3 \cdot 2] + 777.$$

Determinați numărul natural a , pentru care $3^a < A < 3^{a+1}$.

SOLUTIE

$$A = (4 \cdot 25)^2 : [3^2 + (2^{1007} \cdot 2^{1006}) : 2^{2013}] - (100 + 10) \cdot [5^6 : 5^4 - 2^4] + 777 \dots\dots\dots 2p$$

$$A = 10^4 : 10 - 110 \cdot [25 - 16] + 777 \dots\dots\dots 1p$$

$$A = 10^3 - 990 + 777 \dots\dots\dots 1p$$

$$A = 787 \dots\dots\dots 1p$$

$$3^6 = 729, 3^7 = 2187 \dots\dots\dots 1p$$

$$3^6 < A < 3^7, a = 6 \dots\dots\dots 1p$$

SUBIECTUL 2.

Determinați numerele \overline{abc} pentru care $1 + 2 + 3 + \dots + \overline{ab} = \overline{abc}$.

SOLUTIE

$$1 + 2 + 3 + \dots + \overline{ab} = \overline{abc}$$

$$\overline{ab} \cdot (\overline{ab} + 1) : 2 = \overline{abc} \dots\dots\dots 1p$$

$$\overline{ab}^2 + \overline{ab} = 20\overline{ab} + 2c \dots\dots\dots 1p$$

$$\overline{ab}^2 = 19\overline{ab} + 2c \dots\dots\dots 1p$$

$$\overline{ab} \cdot (\overline{ab} - 19) = 2c \dots\dots\dots 1p$$

$$2c \in \{0, 2, 4, \dots, 18\}, \overline{ab} \geq 19 \dots\dots\dots 1p$$

$$\overline{ab} = 19 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow \overline{abc} = 190 \dots\dots\dots 1p$$

$$\overline{ab} > 19 \Rightarrow 2c > 19 \text{ fals} \dots\dots\dots 1p$$

SUBIECTUL 3.

Numerele naturale a, b, c verifică egalitățile $a + b + c = 31$ și $2a + 3b + 4c = 105$.

a) Aflați ultima cifră a produsului $(b + 2c) \cdot (c - a) \cdot (2a + b)$.

b) Verificați dacă $(2ac + bc) : 19$.

SOLUTIE

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} a + b + c = 31 \\ 2a + 3b + 4c = 105 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2a + 2b + 2c = 62 \\ 2a + 3b + 4c = 105 \end{array} \right\} \Rightarrow b + 2c = 43 \dots\dots\dots 2p$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b + c = 31 \\ b + 2c = 43 \end{array} \right\} \Rightarrow c - a = 12 \dots\dots\dots 1p$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b + c = 31 \\ c - a = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow 2a + b = 19 \dots\dots\dots 1p$$

Ultima cifră a produsului este 4. 1p

$$\text{b) } 2ac + bc = c(2a + b) = 19c : 19 \dots\dots\dots 2p$$

SUBIECTUL 4.

Maria și Ion au început să citească aceeași carte pe 1 iulie. În fiecare zi Maria citește același număr de pagini și termină cartea pe 31 iulie. Ion citește în prima zi de patru ori mai puține pagini decât citește Maria într-o zi, iar în zilele următoare cu câte o pagină mai mult decât în ziua precedentă. Știind că Ion termină de citit cartea tot pe 31 iulie, aflați câte pagini are cartea ?

SOLUȚIE

$$\left. \begin{array}{l} \leftrightarrow \leftrightarrow \leftrightarrow \leftrightarrow \\ \leftrightarrow \leftrightarrow \leftrightarrow \leftrightarrow \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \leftrightarrow \leftrightarrow \leftrightarrow \leftrightarrow \end{array} \right\} \Rightarrow 31 \cdot 4p = \left. \begin{array}{l} \leftrightarrow \\ \leftrightarrow +1 \\ \leftrightarrow +2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \leftrightarrow +30 \end{array} \right\} \Rightarrow 31p + 1 + 2 + \dots + 30 \dots\dots\dots 4p$$

$$124p = 31p + 30 \cdot 31 : 2 \dots\dots\dots 1p$$

$$93p = 465, p = 5 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Cartea are } 620 \text{ pagini} \dots\dots\dots 1p$$

Notă : Orice altă soluție corectă, diferită de cea din barem, va primi punctaj maxim .