



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapă locală – Constanța 17.02.2018

Clasa a IX-a

Filiera teoretică: Profilul real – specializarea științele naturii

Barem de corectare și notare

SUBIECTUL 1

a) $\frac{5x+1}{3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{5x+1}{3} = k \in \mathbb{N} \Rightarrow x = \frac{3k-1}{5}$ 1p

$\left[\frac{2x+1}{3}\right] + \left[\frac{2x+1}{3} + \frac{1}{2}\right] = \left[2 \cdot \frac{2x+1}{3}\right]$ 1p

$\left[\frac{4x+2}{3}\right] = k$

$k \leq \frac{4x+2}{3} < k+1 \rightarrow k \leq \frac{12k+6}{15} < k+1$ 1p

$x \in \left\{-\frac{7}{5}, -\frac{4}{5}, -\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, 1\right\}$ 1p

b) $[x] + \left[x + \frac{1}{2}\right] = [2x]$

$[2x] + \left[2x + \frac{1}{2}\right] = [4x]$

.

.

$[2^{2017}x] + \left[2^{2017}x + \frac{1}{2}\right] = [2^{2018}x]$ 3p

SUBIECTUL 2

$n = 1 \rightarrow a_1^2 = a_1, a_1 > 0 \rightarrow a_1 = 1$ 1p

$n = 2 \rightarrow a_1^2 + a_2^2 = a_1 + a_2 + 2 \rightarrow a_2 = 2 (a_2 > 0)$ 1p

Se demonstrează prin inducție matematică $a_n = n, \forall n \geq 1$ 5p

SUBIECTUL 3

a) $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} < \frac{1}{2\sqrt{n}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} < \frac{1}{2\sqrt{n}}$ 1p

$\frac{1}{2\sqrt{n}} < \sqrt{n} - \sqrt{n-1} \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{n}} < \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}$ 1p

b) $2(\sqrt{2} - 1) < 1 < 2$

$2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) < \frac{1}{\sqrt{2}} < 2(\sqrt{2} - 1)$

.

.

$2\sqrt{2019} - \sqrt{2018} < \frac{1}{\sqrt{2018}} < 2(\sqrt{2018} - \sqrt{2017})$ 3p

Adunăm inegalitățile

$k < 2(\sqrt{2019} - 1) < a < 2\sqrt{2018} < k + 3$

$k = 87$ 2p

SUBIECTUL 4

Fie centrul de greutate al hexagonului ABCDEF, deci

$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} + \vec{GE} + \vec{GF} = \vec{0}$ 2p

$\vec{GM} = \frac{1}{2}(\vec{GA} + \vec{GB}), \vec{GN} = \frac{1}{2}(\vec{GB} + \vec{GC})$

$\vec{GP} = \frac{1}{2}(\vec{GC} + \vec{GD}), \vec{GQ} = \frac{1}{2}(\vec{GD} + \vec{GE})$

$\vec{GR} = \frac{1}{2}(\vec{GE} + \vec{GF}), \vec{GS} = \frac{1}{2}(\vec{GF} + \vec{GA})$

$\Rightarrow \vec{GM} + \vec{GP} + \vec{GR} = \vec{GN} + \vec{GQ} + \vec{GS}$ 5p

Notă : Orice altă soluție corectă, diferită de cea din barem, va primi punctaj maxim.