



**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”**

Etapa locală – Constanța 17.02.2018

**Clasa a XII-a**

Filiera teoretică: Profilul Uman–Specializarea Științe Sociale

**Barem de corectare și notare**

**SUBIECTUL 1**

a)  $A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p, \begin{pmatrix} 2a+2 & a+b & a+b \\ a+b & 2a+2 & a+b \\ a+b & a+b & 2a+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p$

Finalizare  $a = -1, b = 1 \dots\dots\dots 1p$

b)  $A_1 + A_2 + \dots + A_{100} = \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^{100} 1 & \sum_{n=1}^{100} n & \sum_{n=1}^{100} n^2 + \sum_{n=1}^{100} n \\ \sum_{n=1}^{100} (-n) & \sum_{n=1}^{100} 3 & \sum_{n=1}^{100} n^2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$

$A_1 + A_2 + \dots + A_{100} = \begin{pmatrix} 100 & \frac{100 \cdot 101}{2} & \frac{100 \cdot 101 \cdot 201}{6} + \frac{100 \cdot 101}{2} \\ -\frac{100 \cdot 101}{2} & 300 & \frac{100 \cdot 101 \cdot 201}{6} \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p$

$A_1 + A_2 + \dots + A_{100} = \begin{pmatrix} 100 & 5050 & 343400 \\ -5050 & 300 & 338350 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p$

**SUBIECTUL 2**

a)  $A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} 9 & 18 \\ 9 & 18 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$

b)  $A^2 = 3 \cdot A, A^3 = 3^2 \cdot A \dots\dots\dots 1p$

Se observă  $A^n = 3^{n-1} \cdot A \Rightarrow a_n = 3^{n-1} \in N^* \dots\dots\dots 1p$ ; Inducție după n  $\dots\dots\dots 1p$

c)  $(1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1}) \cdot A = b_n \cdot A \dots\dots\dots 1p$

$b_n = 1 + 3 + \dots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2} \in N^* \dots\dots\dots 1p$

**SUBIECTUL 3**

$x, y, z, t (\div) \Rightarrow y = x + r, z = x + 2r, t = x + 3r, r \in R \dots\dots\dots 1p$

$\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} x^2 + yz & y(x+t) \\ z(x+t) & t^2 + yz \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p; \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 2x^2 + 3xr + 2r^2 & 2x^2 + 5xr + 3r^2 \\ 2x^2 + 7xr + 6r^2 & 2x^2 + 9xr + 11r^2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$

$a - b = -r^2 - 2xr, b - c = -3r^2 - 2xr, c - d = -5r^2 - 2xr \dots\dots\dots 2p$

Verificare  $2(b - c) = a - b + c - d \dots\dots\dots 1p$

**SUBIECTUL 4**

a) Verificare prin calcul direct  $\dots\dots\dots 2p$

b)  $A(x) \cdot A(y) = A(x + y), A(x) \cdot A(y) \cdot A(z) = A(x + y + z),$

Se observă  $A(x_1) \cdot A(x_2) \cdot \dots \cdot A(x_n) = A(x_1 + x_2 + \dots + x_n) \dots\dots\dots 1p$

Inducție după n  $\dots\dots\dots 1p$

Finalizare  $A(1) \cdot A(2) \cdot \dots \cdot A(2018) = A(1009 \cdot 2019) \dots\dots\dots 1p$

c)  $[A(1)]^{2018} = \underbrace{A(1) \cdot A(1) \cdot \dots \cdot A(1)}_{\text{de 2018 ori}} \dots\dots\dots 1p$

Finalizare  $[A(1)]^{2018} = A(2018) \dots\dots\dots 1p$

**Notă :** Orice altă soluție corectă, diferită de cea din barem, va primi punctaj maxim.