



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 17.02.2018

Clasa a XII-a

Filiera teoretică: Profilul real- specializarea științele naturii

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

SUBIECTUL 1

- a) $R/\left\{\frac{3}{2}\right\}$ este parte stabilă a lui R în raport cu legea ” $*$ ” 1p
- b) asociativitatea 1p
comutativitatea 1p
elementul neutru $e=2$ 1p
- c) toate elementele simetrizabile : $x' = \frac{3x-4}{2x-3}$ 1p
a=2 0,5p
b=1,5 1p
 $a > b$ 0,5p

SUBIECTUL 2

- a) f izomorfism: $f(x \cdot y) = f(x) * f(y)$ de unde se obține $\frac{mxy-1}{xy+1} = \frac{f(x)+f(y)}{1+f(x)f(y)}$
echivalent cu $\frac{mxy-1}{xy+1} = \frac{2mxy+(m-1)(x+y)-2}{(m^2+1)xy+(1-m)(x+y)+2}$ de unde obținem $m=1$ 1p
f bijectivă 1p
- b)
- Înmulțirea este asociativă, fiind indusă din $M_3(R)$ 1p
 - Parte stabilă
- $$M(x) \cdot M(y) = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}} \begin{pmatrix} 1+xy & -x-y & 0 \\ -x-y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)} \end{pmatrix} = M\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$$

Cum pentru $x, y \in (-1; 1)$ rezultă că $\frac{x+y}{1+xy} \in (-1; 1)$ obținem că H este parte stabilă a $M_3(R)$ în raport cu înmulțirea; 1p

- Element neutru:

$$M(0) = I_3 \in H \quad \dots\dots\dots 1p$$

- Elemente simetrizabile:

Fie $M(x')$ inversa lui $M(x)$ deci trebuie ca $M(x) \cdot M(x') = I_3$

$$\text{Obținem } M\left(\frac{x+x'}{1+xx'}\right) = I_3 = M(0) \text{ și deci } x' = -x, \forall x \in G \quad \dots\dots\dots 1p$$

- Comutativitatea 1p

SUBIECTUL 3

- a) Pentru $a=1$, f continuă în $x=0$ deci pe R . Deci f admite primitive 1p
Pentru $a \neq 1$, $x=0$ este punct de discontinuitate de speța I, deci f nu are Darboux și în concluzie, f nu admite primitive 1p
- b) Pentru $x < 0$: $F_1(x) = x \cdot e^x + k_1$ 2p
Pentru $x \geq 0$: $F_2(x) = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{x^2+1} + \ln(x + \sqrt{x^2+1}) \right) + k_2$ 2p
F continuă în $x=0$ deci $k_1 = k_2$ 1p

SUBIECTUL 4

$$I_1 = (\ln x - \ln 2 \ln(\ln 2x)) + k \quad \dots\dots\dots 2p$$

$$I_2 = \frac{\sqrt[3]{(x^3+1)^7}}{7} + \frac{\sqrt[3]{(x^3+1)^4}}{4} + k \quad \dots\dots\dots 2p$$

$$I_3 = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{t^{2019}}{2019} dt = \frac{1}{2019} \quad \dots\dots\dots 3p$$

Notă : Orice altă soluție corectă, diferită de cea din barem, va primi punctaj maxim.