



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 17.02.2018

Clasa a XI-a

Filiera teoretică: Profilul real – specializarea științele naturii

Barem de corectare și notare

SUBIECTUL 1

a) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot A^t = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & ac + bd \\ ac + bd & c^2 + d^2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p$

$\det(A \cdot A^t) = (ad - bc)^2 \geq 0, \forall a, b, c, d \in \mathbf{R} \dots\dots\dots 2p$

b) $X^2 - \text{Tr}(X) \cdot X + \det(X) \cdot I_2 = O_2 \dots\dots\dots 1p$

$X^2 = A \Rightarrow \det(X) = \pm 1 \dots\dots\dots 1p$

Pentru $\det(X) = 1 \Rightarrow X = \frac{1}{t} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, t = \text{Tr}(X) \Rightarrow t = \pm 2 \Rightarrow X = \pm \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p$

Pentru $\det(X) = -1 \Rightarrow t = 0$ fals $\dots\dots\dots 1p$

SUBIECTUL 2

a) $L_1 + L_2 + L_3 \Rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 1-b-c & a \\ b & b & 1-a-c \end{vmatrix} \dots\dots\dots 1p$

$C_2 - C_1; C_3 - C_1 \Rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1-a-b-c & 0 \\ b & 0 & 1-a-b-c \end{vmatrix} = (1-a-b-c)^2 \geq 0, \forall a, b, c \in \mathbf{R} \dots\dots\dots 1p$

b) $A^2 = 7A \dots\dots\dots 1p$

$A^n = 7^{n-1} A, \forall n \in \mathbf{N}^* \text{ (inducție matematică)} \dots\dots\dots 2p$

$A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2018} = \frac{7^{2018} - 1}{6} A \dots\dots\dots 1p$

Finalizare $x = \frac{7^{2018} - 1}{6} \dots\dots\dots 1p$

SUBIECTUL 3

a) i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0 \dots\dots\dots 2p$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + 3\pi)}{x + 3\pi} = 0 \dots\dots\dots 1p$

b) $l = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg}(ax) - \sin(ax)}{\text{tg}(bx) - \sin(bx)} \stackrel{0}{=} \frac{a}{b} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{1 - \cos(bx)} \dots\dots\dots 2p$

$l = \left(\frac{a}{b}\right)^3 \dots\dots\dots 1p$

Finalizare $\frac{a}{b} = 2018 \dots\dots\dots 1p$

SUBIECTUL 4

a.v. : $l_s(-1) = \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x) = \infty \Rightarrow x = -1$ ecuația a.v. la stânga la G_f 1p

$l_d(1) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \infty \Rightarrow x = 1$ ecuația a.v. la dreapta la G_f 1p

a.o. : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \infty \Rightarrow$ nu există a.o. la G_f 1p

a.ob. : $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ 1p

$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) = 1$ 1p

$\Rightarrow y = x + 1$ ecuația a.ob. spre ∞ la G_f .

$m' = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$ 1p

$n' = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = -1$ 1p

$\Rightarrow y = -x - 1$ ecuația a.ob. spre $-\infty$ la G_f .

Notă : Orice altă soluție corectă, diferită de cea din barem, va primi punctaj maxim.